

## Estudo sobre a distribuição da velocidade do escoamento secundário de um fluido viscoelástico FENE-CR numa curva de secção quadrada

J. M. Malheiro<sup>1</sup>, P. J. Oliveira<sup>1</sup>, F. T. Pinho<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dept. Eng. Electromecânica – UMT, Faculdade de Engenharia, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal<sup>2</sup>Dept. Eng. Mecânica – CEFT, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, Portugal

### Resumo

Este trabalho consistiu em analisar os efeitos da elasticidade no escoamento de um fluido viscoelástico FENE-CR através de um canal curvo de secção transversal quadrada. Para isso foram feitas simulações para números de Reynolds até 1760 e para números de Weissenberg até 1, numa curva de 180° de secção quadrada. Verificou-se que a inércia comanda o escoamento na primeira metade do canal (dos 0° aos 90°) e que a elasticidade afecta o escoamento na segunda metade do canal (até aos 180°), verificando-se predominância dos efeitos inerciais para os valores de Reynolds mais elevados.

### Introdução

O escoamento num canal curvo é dominado por um escoamento secundário na direcção transversal. O escoamento secundário é caracterizado por um par de vórtices, simétricos e que ocupam a totalidade do canal. Consoante as condições de escoamento, o escoamento secundário pode alterar-se de um par de vórtices para dois pares ou mais. Sugiyama *et al.* [1] verificou, através da visualização do escoamento, que para uma secção transversal rectangular, o aparecimento de dois pares de vórtices adicionais no escoamento secundário depende da razão de curvatura. Helin *et al.* [2] investigaram a influência da elasticidade e outros parâmetros materiais na transição do escoamento secundário de um par para dois pares de vórtices, considerando um fluido viscoelástico PTT. Bara *et al.* [3] e Mees *et al.* [4] estudaram os efeitos inerciais no desenvolvimento de pares adicionais de vórtices no escoamento secundário, considerando um fluido newtoniano. Observaram que o aumento da inércia, numa curva de secção quadrada leva ao desenvolvimento de escoamentos secundários com dois [3, 4] e três [4] pares de vórtices.

O presente trabalho tem como objectivo investigar o desenvolvimento do escoamento secundário em termos da distribuição da velocidade, considerando efeitos inerciais e de elasticidade, para o modelo viscoelástico FENE-CR.

### Equações de Governo

O escoamento rege-se através das equações de conservação da massa e do momento, que são escritas, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{tot} \quad (2)$$

$\mathbf{u}$  - vector velocidade

$\nabla$  - operador gradiente

$\rho$  - densidade do fluido

$t$  - tempo

$p$  - pressão

$\boldsymbol{\tau}_{tot}$  - tensor das tensões

O tensor das tensões é definido por:

$$\boldsymbol{\tau}_{tot} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

onde  $\boldsymbol{\tau}_s$  é a contribuição do solvente, que segue a equação constitutiva para fluidos newtonianos, com viscosidade  $\eta_s$ , e  $\boldsymbol{\tau}$  é a contribuição das moléculas de polímero, que segue a equação constitutiva do modelo FENE-CR [5]:

$$\boldsymbol{\tau} + \left( \frac{\lambda}{f(\boldsymbol{\tau})} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \right) = 2\eta_p \mathbf{D} \quad (4)$$

$f(\boldsymbol{\tau})$  - função de extensibilidade definida por:

$$f(\boldsymbol{\tau}) = \frac{L^2 + \left( \frac{\lambda}{\eta_p} \right) \text{tr}(\boldsymbol{\tau})}{L^3 - 3} \quad (5)$$

$\mathbf{D}$  - tensor velocidade de deformação:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$$

$\eta_p$  - viscosidade de polímero

$\lambda$  - tempo de relaxação

$L^2$  - parâmetro de extensibilidade

Os parâmetros adimensionais relevantes para o estudo são:

- Número de Dean ( $Dn$ ):

$$Dn = \frac{Re}{\sqrt{R/a}} \quad (6)$$

- Número de Weissenberg ( $Wi$ ):

$$Wi = \dot{\gamma} \lambda \quad (7)$$

- Número de Reynolds ( $Re$ ):

$$Re = \frac{\rho U_m a}{\mu} \quad (8)$$

$U_m$  - velocidade média

$\mu$  - viscosidade:  $\mu = \eta_p + \eta_s$

$\dot{\gamma}$  - razão de deformação:  $\dot{\gamma} = U_m/a$

$a$  - lado da secção transversal

$R$  - raio médio de curvatura:  $R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$

$R_1$  e  $R_2$  - raios interno e externo da curva, respectivamente

O escoamento é considerado como tridimensional, isotérmico, laminar, independente do tempo e o fluido é incompressível.

### Geometria, Condições Fronteira e Método Numérico

A geometria é a mesma utilizada por Baraetal.[3], Meeset al.[4] e Helinet al.[2], e consiste em dois canais rectos, um à entrada e outro à saída, de dimensão  $Le=20a$ , acoplados a um canal curvo de  $180^\circ$ , de raios interno e externo de dimensão  $R_1=14.6a$  e  $R_2=15.6a$ , respectivamente (Figura 1). A secção transversal é quadrada de lado  $a=1$ , com razão de forma  $k=1$ , correspondente a uma secção quadrada. O raio médio de curvatura é  $R=15.1$  e a razão de curvatura é  $Rc=R/a=15.1$ .

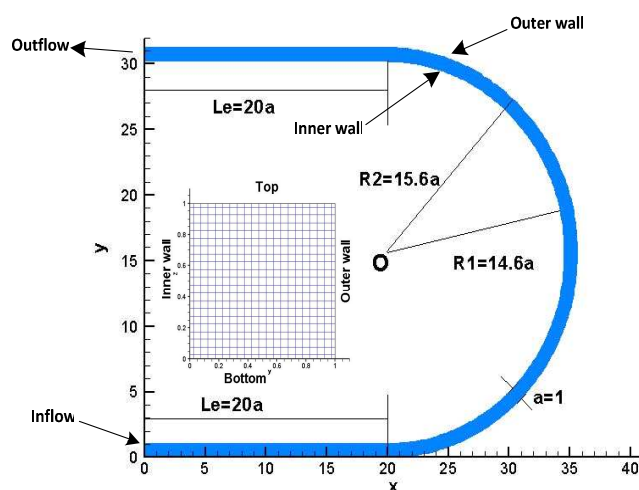


Figura 1 – Geometria do canal curvo de secção quadrada.

Como condições fronteira considerou-se:

- não escorregamento nas paredes do canal;
- escoamento completamente desenvolvido à entrada;
- gradiente axial nulo para a velocidade e para a pressão à saída;
- todo o domínio é considerado;

As propriedades físicas e reológicas do fluido são consideradas constantes.

O método número de volumes-finitos foi utilizado para a resolução das equações de governo. O código de CFD utilizado [6] é baseado num sistema de coordenadas não-ortogonais e malha colocada, onde as variáveis são calculadas no centro de cada volume de controlo. As equações de governo são discretizadas por integração, e resultam num sistema linear de equações algébricas para as equações da massa, momento e constitutiva. O algoritmo assegura o acoplamento dos campos de pressão e velocidade, através de um processo iterativo de correcção da pressão de forma que a continuidade seja verificada.

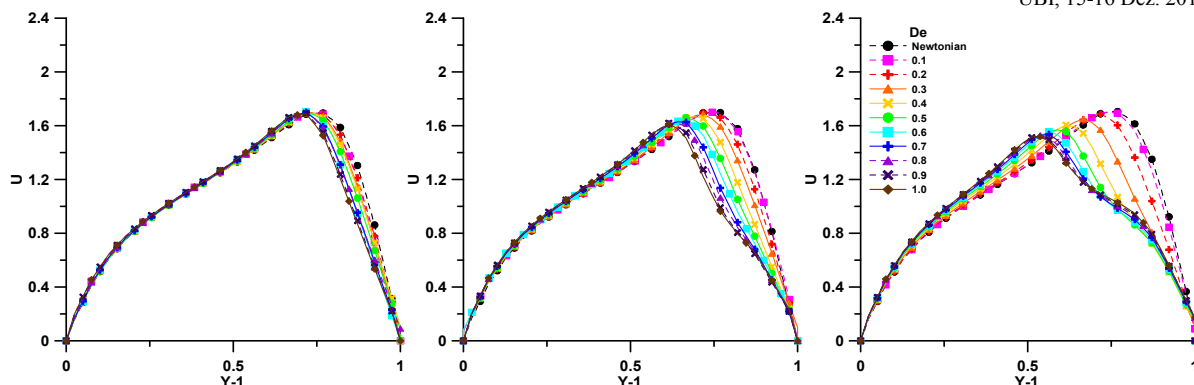
### Resultados e Discussão

Neste trabalho, fez-se variar o número de Weissenberg ( $Wi$ ) de 0.0 até 1.0 para diferentes números de Reynolds ( $Re \leq 1760$ ). Os resultados obtidos indicam que para  $Re \leq 486$  a variação de  $Wi$  não afecta o escoamento. No entanto, para  $Re=532$ , (Figura 2)  $Wi$  afecta o desenvolvimento do escoamento a partir dos  $120^\circ$  até ao final da curva. Aos  $120^\circ$ , à medida que  $Wi$  aumenta, a velocidade axial máxima decresce ligeiramente em magnitude e a sua localização move-se ligeiramente na direcção do centro do canal. Mais à frente no comprimento da curva, este comportamento torna-se mais pronunciado, e para  $Wi \geq 0.6$  verificam-se alterações na forma do perfil de velocidades. Esta crescente transferência de momento e mudança de forma do perfil de velocidade, com o aumento de  $Wi$ , são causadas pela formação de um par adicional de vórtices junto à parede externa do canal [3]. No caso Newtoniano, o aparecimento do segundo par de vórtices só acontece para valores superiores a  $Re \geq 583$  [3]. Ao aumentar a inércia para  $Re=583$  (Figura 3), os efeitos  $Wi$  aos  $120^\circ$  é maior que para  $Re=532$  na mesma localização. Aos  $150^\circ$ , apesar de a transferência do momento na direcção do centro do canal se tornar também mais intensa com o aumento de  $Wi$ , as diferenças entre os perfis de velocidade para os diferentes valores de  $Wi$  reduzem-se (comparado com os perfis de velocidade para  $Re=532$  na mesma localização na curva) e a  $180^\circ$  os perfis de velocidade viscoelásticos tendem a sobrepor-se. Na Figura 4, onde os perfis de velocidade para  $Re=1760$  são apresentados, pode ser observado que o ponto de velocidade máxima move-se na direcção do centro do canal mais rápido do que para valores de  $Re$  inferiores. No entanto a variação de  $Wi$  afecta o escoamento apenas aos  $90^\circ$ , empurrando ainda mais a região de maior momento para o centro do canal. Ao contrário dos outros casos, não se verifica quaisquer efeitos provocados por  $Wi$  após os  $90^\circ$ .

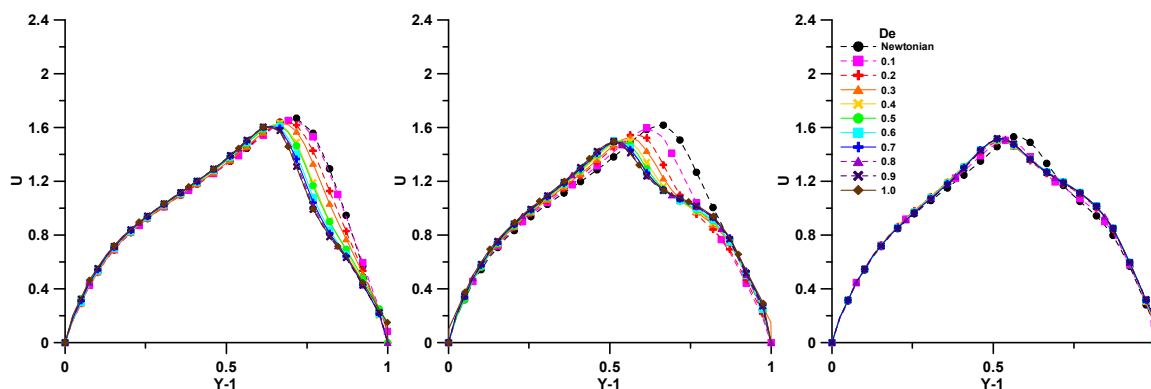
### Conclusões

A transferência de momento na direcção do centro do canal, que está associado ao aparecimento do par adicional de vórtices no escoamento secundário aumenta com a inércia e com a elasticidade, apenas em determinadas situações.

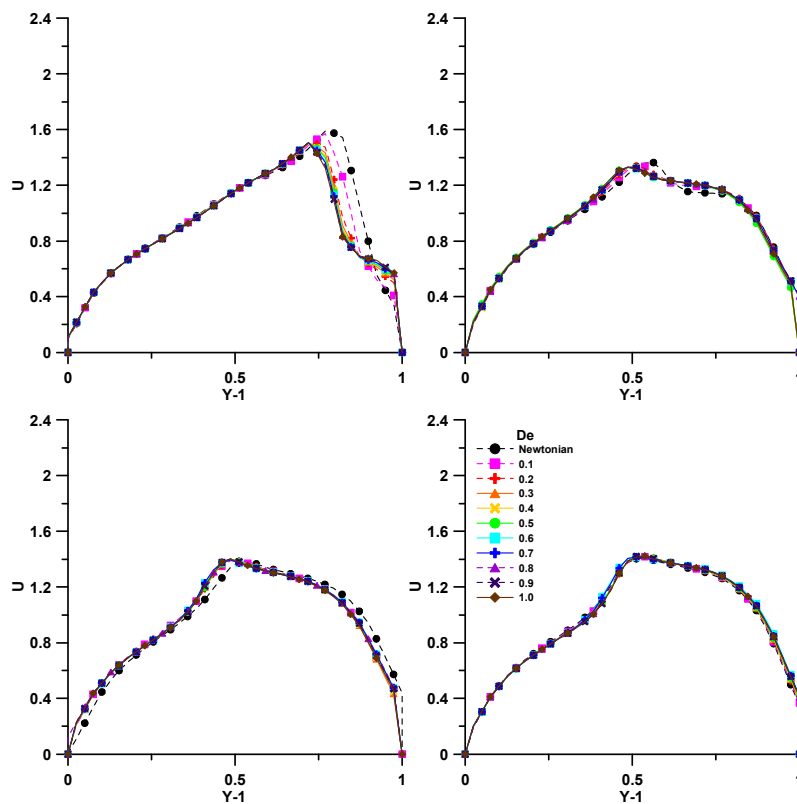
De uma forma geral, a inércia controla o escoamento na primeira metade do canal (i.e. até aos  $90^\circ$ ) e a elasticidade afecta significativamente o escoamento secundário na segunda metade da curva. Enquanto para  $Re=532$  os efeitos de  $Wi$  são observados até ao final da curva ( $180^\circ$ ), para  $Re=583$  a influência do aumento de  $Wi$  ocorre apenas até aos  $150^\circ$ . Para  $Re=1760$  a inércia controla o escoamento excepto na região dos  $90^\circ$ , onde o escoamento é também afectado pela elasticidade.



**Figura2**– Perfis de velocidade  $Re=532$  nas posições, da esquerda para a direita respectivamente,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  e  $180^\circ$ .



**Figura3**– Perfis de velocidade  $Re=583$  nas posições, da esquerda para a direita respectivamente,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  e  $180^\circ$ .



**Figure 4**– Perfis de velocidade  $Re=1760$  nas posições, da esquerda para a direita e de cima para baixo respectivamente,  $\theta=90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  e  $180^\circ$ .

## **Referências**

1. Sugiyama.
2. Helin, L., Thais, L., Mompean, G.(2009). J. Non-Newtonian Fluid Mech. 156, 84-94.
3. Bara, B., Nandakumar, K., Masliyah, J.H.(1992). J. Fluid Mech. 244, 339-376.
4. Mees, P.A.J., Nandakumar, K., Masliyah, J.H. (1996). J. Fluid Mech. 314, 227-246.
5. Chilcott, M.D., Rallison, J.M. (1988). J. Non-Newtonian Fluid Mech. 29, 381-432
6. Oliveira, P.J., Pinho, F.T., Pinto, G.A.(1998). J. Non-Newtonian Fluid Mech. 79, 1-43.

## **Agradecimentos**

À Fundação para a Ciência e Tecnologia, pelo financiamento através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/68357/2010.