

SIMULAÇÕES DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES EM SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

Paulo J. Oliveira

Departamento de Engenharia Electromecânica
Universidade da Beira Interior
6201-001 Covilhã, Portugal
e-mail: pjpo@ubi.pt

Palavras chave: Escoamentos instacionários, Fluidos viscoelásticos, FVM, FENE-CR.

Resumo. *Neste artigo é descrito um método de volumes finitos para a simulação do escoamento dependente do tempo de fluidos poliméricos com propriedades viscoelásticas. O método é aplicado ao problema do desprendimento de vórtices de Kármán quando um líquido viscoelástico se escoia em torno de um cilindro circular, para valores do número de Reynolds acima daquele requerido à formação de instabilidades instacionárias bidimensionais. É mostrado que um modelo reológico simples, para um fluido com viscosidade constante mas tempo de relaxação variável, permite prever a maior parte dos fenómenos recentemente referidos na literatura especializada: a elasticidade faz aumentar a zona de formação de vórtices a jusante do cilindro; a frequência do desprendimento dos vórtices é reduzida; e a flutuação das velocidades, em termos da variação quadrática relativamente à média temporal, é atenuada.*

1. INTRODUÇÃO

O artigo apresenta um método de volumes finitos para a simulação de escoamentos instacionários com fluidos viscoelásticos. O método é aplicado à simulação do escoamento em torno de um cilindro de secção circular, para um tipo particular de fluido elástico que apresenta viscosidade constante mas tempo de relaxação variável. É mostrado que para um valor do número de Reynolds superior a um determinado valor crítico se inicia um processo de desprendimento de vorticidade na esteira do cilindro, tal como para o caso newtoniano. No entanto, a frequência do desprendimento dos vórtices é fortemente atenuada pela elasticidade do fluido, enquanto que o tamanho da zona de formação na parte posterior do cilindro aumenta. Estes resultados das presentes simulações estão em concordância com observações experimentais muito recentes [1-4] e outras mais antigas [5].

Um ponto fulcral neste tipo de simulações é o da precisão numérica do método, tanto no que diz respeito à discretização espacial como temporal. O método utilizado só utiliza esquemas de segunda ordem, como demonstrado por Oliveira [6]. A maior parte dos métodos referidos na literatura especializada para simulações de escoamentos não estacionários com volumes finitos são de primeira ordem no tempo, ou no espaço (por exemplo, Monpean e Deville [7], ou Xue, Phan-Thien e Tanner [8]), o que introduz nos resultados efeitos nefastos semelhantes aos da difusão numérica.

Para o caso concreto do escoamento livre de fluidos viscoelásticos em torno de cilindros, os trabalhos numéricos existentes para números de Reynolds superiores à unidade são os de Delvaux e Crochet [9] com o método dos elementos finitos, e de Hu e Joseph [10] com o método dos volumes finitos. Nestes trabalhos o fluido seguia a equação constitutiva do modelo de derivada superior de Maxwell e os valores do número de Reynolds eram suficientemente baixos para que não ocorressem instabilidades conducentes ao escoamento instacionário característico do desprendimento de vórtices. O presente estudo vai assim estender estes últimos trabalhos para a situação em que o número de Reynolds é tal que o fenómeno do desprendimento de vorticidade pode ocorrer.

2. EQUAÇÕES DE BASE

O fluido em consideração é composto por uma mistura de um solvente newtoniano com um polímero dissolvido, sendo assumido como incompressível (massa específica ρ constante) e obedecendo às equações de conservação de massa:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

e de quantidade de movimento:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_s + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

Nestas equações as variáveis dependentes são a velocidade \mathbf{u} , a pressão p , e o tensor das tensões poliméricas $\boldsymbol{\tau}$. O tensor das tensões do solvente $\boldsymbol{\tau}_s$ segue a usual lei newtoniana, $\boldsymbol{\tau}_s = 2\eta_s \mathbf{D}$, onde o tensor da taxa de deformação é dado por $\mathbf{D} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) / 2$. Como equação constitutiva para a determinação de $\boldsymbol{\tau}$ foi escolhido o modelo FENE-CR [11] modificado, que inclui efeitos de elasticidade e de reofluidificação nas tensões normais, mas no qual a viscosidade de corte é constante (η_p). A equação diferencial a resolver para $\boldsymbol{\tau}$ é:

$$\boldsymbol{\tau} + \frac{\lambda}{f(\boldsymbol{\tau})} \overset{\nabla}{D} \boldsymbol{\tau} = 2\eta_p \mathbf{D} \quad (3)$$

onde a derivada superior de Oldroyd é definida como:

$$\overset{\nabla}{D} \boldsymbol{\tau} = \frac{D\boldsymbol{\tau}}{Dt} - \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}^T \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

e a função f é definida como:

$$f(\boldsymbol{\tau}) = \frac{L^2 + \frac{\lambda}{\eta_p} \text{tr}(\boldsymbol{\tau})}{L^2 - 3} \quad (5)$$

O tempo de relaxação do fluido para uma taxa de corte nula ($\dot{\gamma}=0$) é λ (um valor constante), mas o tempo de relaxação efectivo $\lambda(\dot{\gamma}) \equiv \lambda / f(\boldsymbol{\tau})$ diminui com o traço de $\boldsymbol{\tau}$, de acordo com a Eq. (5). O outro parâmetro do modelo é L^2 que mede os efeitos elongacionais; de certa maneira, L^2 é proporcional à razão entre o comprimento das moléculas do polímero quando completamente estendidas e o seu comprimento em estado de equilíbrio. Neste trabalho fez-se variar L^2 entre 100 e 1200, valores tipicamente encontrados em trabalhos com este modelo, ou com outros semelhantes (FENE-CR, FENE-P; vide [11]).

Quanto aos valores das viscosidades η_s e η_p , usualmente definidas em termos de um parâmetro de concentração $c = \eta_p / \eta_s$, utilizou-se o valor comum $c = 0.1$.

3. MODELO NUMÉRICO

As equações de governo são discretizadas por integração em volumes de controlo que formam a malha computacional, o que resulta em equações algébricas que reflectem a conservação de massa e de quantidade de movimento, e o transporte de tensões [12]. A equação da continuidade fica:

$$\sum_f F_f = 0 \quad (6)$$

onde F_f representa os fluxos mássicos que saem da célula em questão através da sua face f (f varia de 1 a 6, no caso genérico tridimensional). A forma linearizada da equação algébrica correspondente à conservação da quantidade de movimento é:

$$a_p \mathbf{u}_p = \sum_F a_F \mathbf{u}_F + S_{HRS}(\mathbf{u}) + S(\boldsymbol{\tau}) + S(\mathbf{u}_p^n) \quad (7)$$

onde a_F e a_p são coeficientes (incluem efeitos convectivos e difusivos), e os termos fonte S no segundo membro representam, sucessivamente, o efeito devido ao esquema de alta resolução ($HRS = \text{"High Resolution Scheme"}$, [13]), o efeito do termo devido às tensões elásticas, e o termo de inércia resultante da variação temporal da quantidade de movimento. Neste trabalho procurou-se obter soluções precisas na evolução temporal, pelo que este último termo irá conter contribuições resultantes da discretização mais cuidada de $\partial \mathbf{u} / \partial t$.

A equação constituinte discretizada vai ter uma forma análoga à da equação da quantidade de movimento, isto é:

$$a_p^\tau \boldsymbol{\tau}_p = \sum_F a_F^\tau \boldsymbol{\tau}_F + S_{HRS}^\tau(\boldsymbol{\tau}) + S^\tau(\boldsymbol{\tau}, \nabla \mathbf{u}) + S^\tau(\boldsymbol{\tau}_p^n) \quad (8)$$

onde os coeficientes incorporam somente efeitos convectivos, e um dos termos fonte contém a parte da derivada de Oldroyd com produtos de tensões por gradientes de velocidade (vide Eq. 4), assim como o termo em \mathbf{D} .

Nestas equações todas as variáveis são calculadas nos centros dos volumes de controlo (células) e a malha computacional é não ortogonal. Os sistemas de equações lineares, como Eqs. (7) e (8), são posteriormente resolvidos pelo método dos gradientes conjugados. A discretização é feita com métodos de segunda ordem. Genericamente isto é conseguido utilizando interpolação linear, regras de integração segundo o esquema do ponto médio, e aproximação dos termos convectivos com um esquema de alta resolução denominado CUBISTA [14]. Segundo este esquema, um valor na face de um volume de controlo é dado por [6]:

$$\phi_f = \text{Max} \left\{ \phi_p, \text{Min} \left[\frac{7}{4}\phi_p, \frac{3}{8} + \frac{3}{4}\phi_p, \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\phi_p \right] \right\} \quad (9)$$

onde ϕ denota o valor normalizado de uma variável genérica (componente da velocidade u_i ou da tensão τ_{ij}). Por fim, o esquema de discretização temporal é dado por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{(1 + \kappa)\phi^{n+1} - (1 + 2\kappa)\phi^n + \kappa\phi^{n-1}}{\delta t} \quad (10)$$

onde $\kappa = 1/2$ (esquema regressivo de segunda ordem, 2BS) e n representa o nível temporal.

O algoritmo numérico de solução, descrito com mais detalhe na Ref. [6], consiste em resolver sucessivamente, partindo de um campo de variáveis dependentes existente \mathbf{u}^* e $\boldsymbol{\tau}^*$ (no início de cada passo no tempo, tem-se $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n$ e $\boldsymbol{\tau}^* = \boldsymbol{\tau}^n$):

(i) uma equação de conservação da quantidade de movimento:

$$a_p \mathbf{u}_p^{**} = \sum_F a_F \mathbf{u}_F^{**} - \nabla p^* + S_{HRS}(\mathbf{u}^*) + S(\boldsymbol{\tau}^*) + \frac{\rho V}{\delta t} ((1 + 2\kappa)\mathbf{u}_p^n - \kappa \mathbf{u}_p^{n-1}) \quad (11)$$

de forma a se obter uma velocidade intermédia \mathbf{u}^* ;

(ii) uma equação para a correcção de pressão:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = \nabla \cdot \frac{1}{(1 + \kappa) \frac{\rho V}{\delta t}} \nabla p' \quad (12)$$

de forma a se obter essa correcção p' .

De seguida, tanto a pressão como a velocidade são corrigidas explicitamente:

$$p^{n+1} = p^* + p' \quad (13)$$

e

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^{**} - \frac{1}{(1 + \kappa) \frac{\rho V}{\delta t}} \nabla p' \quad (14)$$

obtendo-se a pressão e velocidade correspondentes ao nível de tempo mais recente $n+1$.

Nesta altura encontra-se resolvida a primeira parte do algoritmo, que consistiu na obtenção de campos de velocidade e de pressão, tais que, seja simultaneamente satisfeita uma equação aproximada para a quantidade de movimento, e a equação da conservação de massa. Na segunda parte do algoritmo a equação constitutiva para a tensão é avançada implicitamente no tempo:

$$a_p^\tau \tau_p^{n+1} = \sum_F a_F^\tau \tau_F^{n+1} + S_{HRS}^\tau(\tau^*) + S^\tau(\tau^*, \nabla u^{n+1}) + \frac{\lambda V}{f(\tau^*) \delta t} ((1+2\kappa) \tau_p^n - \kappa \tau^{n-1}) \quad (15)$$

resultando num novo campo de tensões τ^{n+1} .

Uma vez que a equação da quantidade de movimento é somente aproximada, devido ao problema linear da interligação velocidade/pressão, e como temos também a questão das velocidades dependerem das tensões, e as tensões das velocidades, torna-se necessário iterar o processo descrito anteriormente. A iteração é prosseguida, dentro de cada passo no tempo, até que as equações sejam satisfeitas com uma tolerância normalizada de 1%.

4. RESULTADOS

O escoamento em consideração é laminar e bidimensional, e processa-se em torno de um cilindro tal como representado na Fig. 1 O diâmetro do cilindro d e a velocidade não perturbada a montante U são usados como valores característicos para adimensionalizar o problema, de forma que o número de Reynolds fica $Re = \rho U d / \eta$ (com $\eta = \eta_s + \eta_p$), com valor base $Re=100$, e o número de Deborah fica $De = \lambda U / d$. A elasticidade do fluido é caracterizada por De , que toma valores variáveis entre 0 e 80, e pelo parâmetro L^2 do modelo constitutivo. Quanto maior for L^2 , maior é a viscosidade elongacional do fluido; o valor base é $L^2 = 100$.

Na Fig. 1 é mostrado um esquema do domínio computacional e uma vista pormenorizada de uma das malhas (M3) junto ao cilindro, estando as características destas malhas definidas na Tabela 1. Como pode ser observado, as dimensões mínimas dos volumes de controlo para a malha M3 são $\delta r_{\min} = \delta s_{\min} = 0.02$ (δs_{\min} é ainda menor na zona da esteira), onde as distâncias radial e tangencial estão normalizadas com d , representando um refinamento local considerável.

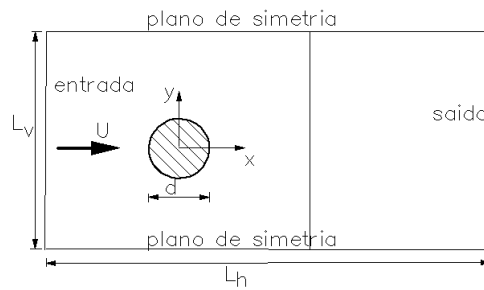
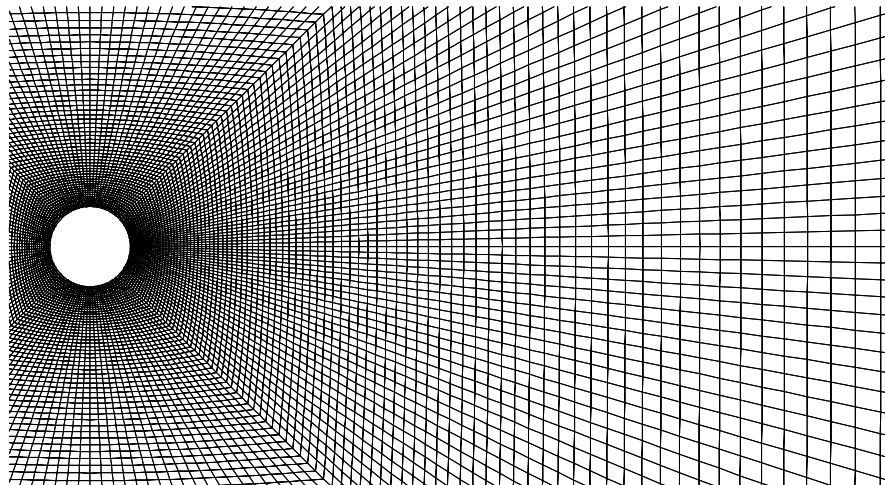
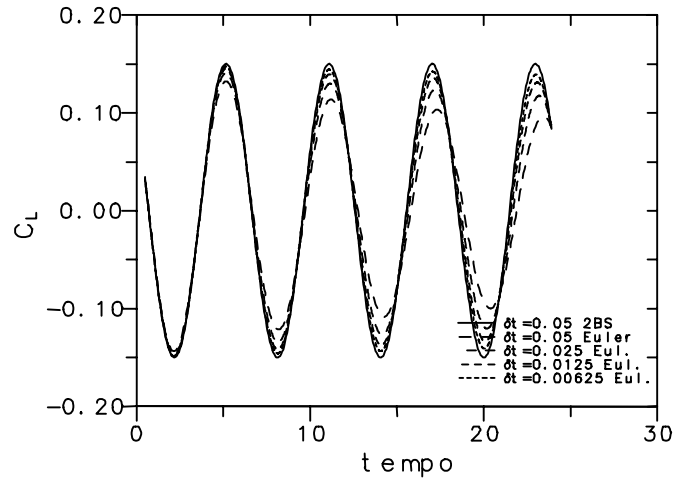


Figura 1 Malha computacional (M3) e esquema da geometria

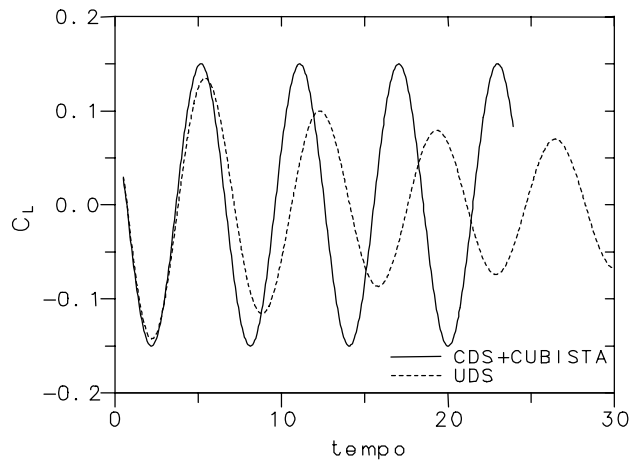
Malha	NC	$N\theta$	δr_{\min}	δr_{\max}	δs_{\min}	L_H	L_V	f_r
M1	9600	160	0.02	2.3	0.02	60	60	1.0838
M2	38400	320	0.01	1.17	0.01	60	60	1.0410
M3	19860	180	0.02	0.477	0.02- 0.0081	30+15	30	1.0326

NC=nº de células total; $N\theta$ =nº de células em torno do cil.; f_r =factor de expansão da malha.

Tabela 1. Características das malhas computacionais.



(a) Discretização temporal



(b) Esquema de diferenças espacial.

Figura 2 Efeito da discretização nas previsões da evolução temporal do coeficiente de sustentação, para $De=80$, $L^2=100$, $Re=100$.

Para valores do número de Reynolds superiores a ≈ 60 os vórtices em torno do cilindro tornam-se instáveis e desprendem-se alternadamente, propagando-se para jusante. Os parâmetros resultantes típicos que nos interessam são os coeficientes de sustentação

(C_L , de *Lift*, em inglês) e de arrastamento (C_D , de *Drag*, em inglês). A Fig. 2 mostra o efeito da discretização temporal (Fig. 2 a) e espacial (Fig. 2 b) sobre o valor numérico resultante do coeficiente de sustentação. Como pode ser visto, um valor do passo no tempo de $\delta t = 0.05$ é suficiente para se obter uma boa resolução nos resultados da evolução de C_L com o tempo, quando o esquema 2BS é usado. Por outro lado, a figura mostra também que o esquema CUBISTA, usado para os fluxos convectivos, oferece resultados adequados nesta malha (M3). Na Ref. [6] é mostrado que o método permite obter os parâmetros globais com uma aproximação de segunda ordem. Por outro lado, quando se utiliza o esquema *upwind* na discretização espacial, ou o esquema de Euler na discretização temporal, as variações de C_L reflectem o efeito pernicioso da difusão numérica. Nos resultados a serem apresentados de seguida utilizou-se sempre a malha M3 e os esquemas de segunda ordem.

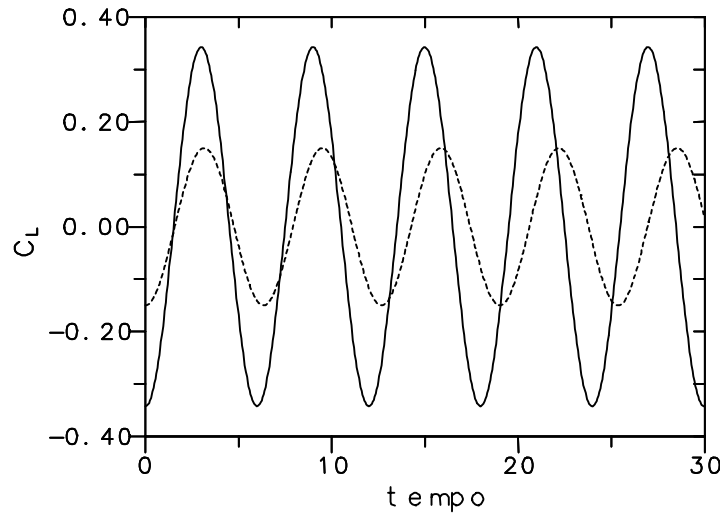


Figura 3 Comparação da evolução de C_L para fluidos newtonianos (linha a cheio) e viscoelásticos (linha a tracejado, para $De=80$, $L^2=100$, $Re=100$)

A Fig. 3 permite comparar os resultados de C_L obtidos para um fluido newtoniano em condições de $Re=100$, com os resultados para fluido viscoelástico, onde $De=80$ e $L^2=100$. Como se pode observar, o fluido viscoelástico apresenta valores extremos de C_L significativamente inferiores aos valores correspondentes do fluido newtoniano, enquanto que a frequência do desprendimento de vórtices é reduzida pelo efeito da elasticidade (curva a tracejado na Fig. 3). Em termos quantitativos, estas diferenças são

contabilizadas na Tabela 2, onde são dados os resultados numéricos para o número de Strouhal, magnitude da variação de C_L , valor médio de C_D , e flutuações médias quadráticas das velocidades segundo x (u') e y (v'). Faz-se notar que na Fig. 3 o tempo de início, $t=0$ na escala das abcissas, é escolhido arbitrariamente de forma a que, em ambos os casos de fluido newtoniano e viscoelástico, o ponto inicial corresponda a um mínimo das curvas de C_L versus tempo (t).

De	St	ΔC_L	$\overline{C_D}$	u'	v'
0	0.1670	0.3425	1.3701	0.0499	0.316
0.5	0.1659	0.3234	1.3795	0.0469	0.300
1.0	0.1644	0.2901	1.3732	0.0402	0.282
2.0	0.1620	0.2404	1.3527	0.0287	0.237
3.0	0.1605	0.2133	1.3386	0.0231	0.215
4.0	0.1597	0.1977	1.3296	0.0201	0.201
5.0	0.1591	0.1878	1.3235	0.0186	0.191
10.	0.1579	0.1669	1.3098	0.0161	0.172
20.	0.1575	0.1565	1.3022	0.0151	0.161
40.	0.1576	0.1521	1.2983	0.0147	0.155
60.	0.1577	0.1507	1.2970	0.0147	0.156
80.	0.1578	0.1500	1.2962	0.0147	0.157

$$\Delta C_L = C_{L_{\max}} - C_{L_{\min}}; u' = \left(\overline{(u - \bar{u})^2} \right)^{1/2} / U \text{ (mesmo para } v')$$

Tabela 2. Resultados para valores crescentes de De ($Re=100$ e $L^2=100$)

A diminuição da frequência corresponde a um aumento do período, que pode ser representado como uma diferença do número de Strouhal resultante ($St = f_s d / U$, f_s = frequência de desprendimento dos vórtices), entre o escoamento newtoniano (índice N) e viscoelástico (índice v). Estes valores, em função do número de Deborah, são apresentados na Fig. 4, onde são comparados com uma curva de decaimento $St_v \approx St_N - De^{0.32}$ fornecida por Usui et al. [5] e baseada nos seus resultados experimentais. Observa-se uma concordância quantitativa razoável, dentro de uma gama de variação de De de cerca de uma década, o que é assinalável tendo em conta que os resultados experimentais destes autores foram obtidos com fluidos que podem não ser representáveis com o modelo constitutivo aqui utilizado.

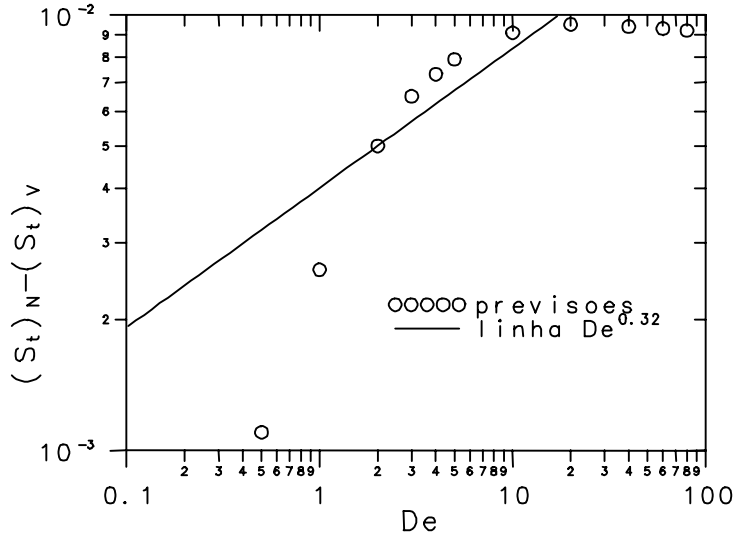


Figura 4 Variação da diferença do número de Strouhal com a elasticidade. Comparação com correlação experimental de Usui et al. [5].

Como referido na Introdução, um dos efeitos mais notórios da elasticidade diz respeito ao alongamento da zona de formação de vórtices a jusante do cilindro. Se denotarmos essa distância por X_R , obtida como uma média temporal da posição x , medida relativamente à superfície traseira do cilindro, em que a velocidade u muda de sinal, vemos da Fig. 5 que X_R diminui com Re , mas é maior para o fluido elástico comparativamente ao fluido newtoniano. Para o fluido newtoniano dispomos de dados numéricos que podem ser usados para comparação, obtidos por Kim e Choi [15] por meio de um método de volumes finitos, e observa-se da Fig. 5 que os resultados destes autores coincidem com os nossos. O comprimento médio de recirculação X_R para o fluido viscoelástico ($L^2=100$) também diminui com Re mas é sempre superior aos valores correspondentes do fluido newtoniano (cerca de 1.5-2 vezes).

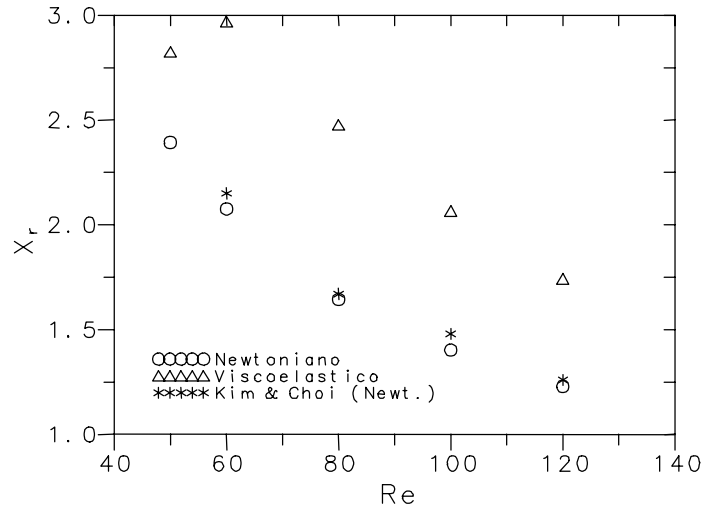


Figura 5 Variação das previsões do comprimento médio de recirculação com o número de Reynolds.
 Comparação do caso newtoniano com o caso viscoelástico ($De=80$, $L^2=100$).

Por último apresenta-se na Fig. 6 os resultados numéricos das *streaklines* obtidas com valores crescentes do número de Deborah, para um valor constante mas elevado do parâmetro extensional $L^2=1200$. Este valor de L^2 denota um fluido com elevada viscosidade elongacional. Como se pode observar desta figura, que simula uma visualização numérica do escoamento, a elasticidade faz aumentar a zona de formação dos vórtices de Kármán na parte traseira do cilindro; faz aumentar o comprimento de onda da esteira de vórtices, o que está intimamente ligado à redução da frequência de formação; e, por fim, faz também diminuir a intensidade dos vórtices. Este efeito pode ser aferido da figura, pelo enrolamento das partículas de visualização em torno dos respectivos centros de vorticidade. Todos estes efeitos estão de acordo com fotografias de escoamentos viscoelásticos apresentadas em trabalhos experimentais recentes [1-4].

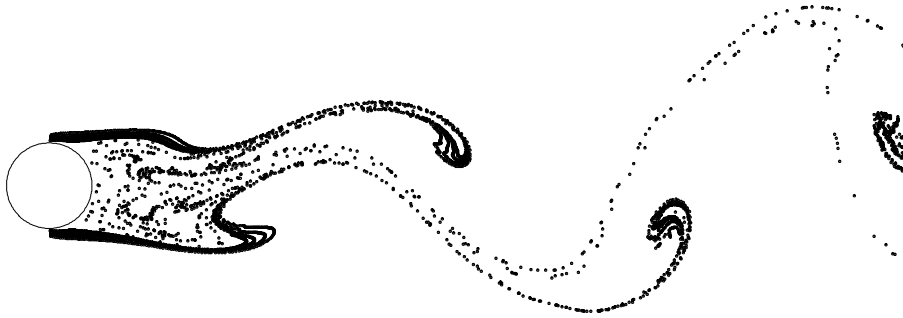
5. CONCLUSÕES

Pela primeira vez, foram efectuadas simulações numéricas do desprendimento de vórtices com fluidos viscoelásticos. Para um modelo viscoelástico com viscosidade constante, baseado na teoria cinética válida para soluções diluídas de polímeros, os resultados reflectem todos os efeitos observados com fluidos reais. Conclui-se que modelos constitutivos do tipo válido para moléculas elásticas com extensibilidade não linear e limitada (FENE), são capazes de reproduzir o comportamento real apresentado por soluções de polímeros de polióxido.

(a) $De=1$ ($L^2=1200$)



(b) $De=2$ ($L^2=1200$)



(c) $De=3$ ($L^2=1200$)

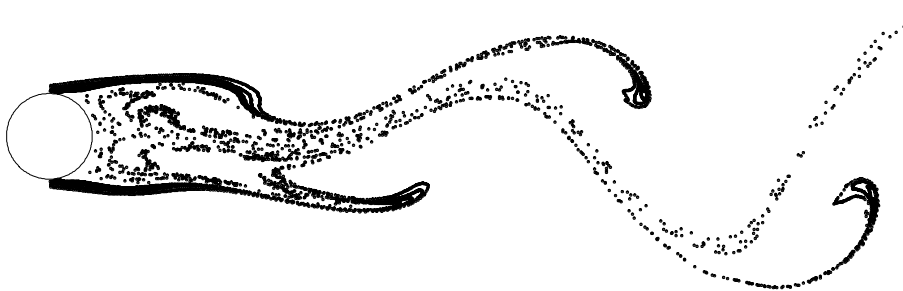


Figura 6 Visualização numérica do escoamento (streaklines) para valores crescentes do número de Deborah ($L^2=1200$). (a) $De=1$; (b) $De=2$; (c) $De=3$.

REFERENCIAS

- [1] O. Cadot, "Partial roll-up of a viscoelastic Kármán street", *Eur. J. Mech. B- Fluids*, **20**, 145-153 (2001).
- [2] O. Cadot, M. Lebey, "Shear instability inhibition in a cylinder wake by local injection of a viscoelastic fluid", *Physics of Fluids* **11**, 494-496 (1999).
- [3] O. Cadot, S. Kumar, "Experimental characterization of viscoelastic effects on two- and three-dimensional shear instabilities", *J. Fluid Mech.* **416**, 151-172 (2000).
- [4] J.R. Cressman, Q. Bailey, W.I. Goldburg, "Modification of a vortex street by a polymer additive", *Physics of Fluids* **13**, 867-871 (2001).
- [5] H. Usui, T. Shibata, Y. Sano, "Kármán vortex behind a circular cylinder in dilute polymer solutions", *J. Chemical Engng. Japan* **13**, 77-79 (1980).
- [6] P.J. Oliveira, "Method for time-dependent simulations of viscoelastic flows: Vortex shedding behind cylinder", *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **101**, 113-137 (2001).
- [7] G. Monpean, M. Deville, "Unsteady finite volume simulation of Oldroyd-B fluid through a three-dimensional planar contraction", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **72**, 253-279 (1997).
- [8] S.C. Xue, N. Phan-Thien, R.I. Tanner, "Fully three-dimensional, time-dependent numerical simulations of Newtonian and viscoelastic swirling flows in a confined cylinder. Part I. Method and steady flows", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **87**, 337-367 (1999).
- [9] V. Delvaux, M.J. Crochet, "Numerical prediction of anomalous transport properties in viscoelastic flow", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **37**, 297-315 (1990).
- [10] H.H. Hu and D.D. Joseph, "Numerical simulation of viscoelastic flow past a cylinder", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **37**, 347-377 (1990).
- [11] M.D. Chilcott, J.M. Rallison, "Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **29**, 381-432 (1988).
- [12] P.J. Oliveira, F.T. Pinho e G.A. Pinto "Numerical Simulation of Non-linear Elastic Flows with a General Collocated Finite-Volume Method", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **79**, 1-43 (1998).
- [13] M.A. Alves, F.T. Pinho e P.J. Oliveira, "Effect of a High-Resolution Differencing Scheme on Finite-Volume Predictions of Viscoelastic Flows", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **93**, 287-314 (2000).
- [14] M.A. Alves, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, "A Convergent and Universally Bounded Interpolation Scheme for the Treatment of Advection", *Int. J. Num. Methods in Fluids* (submetido) (2002).
- [15] D. Kim, H. Choi, "A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids", *J. Comput. Physics* **162**, 411-428 (2000).