

## SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE ESCOAMENTO VISCOELÁSTICO NUMA CONTRACÇÃO TRIDIMENSIONAL QUADRADA

**Manuel A. Alves\*, Fernando T. Pinho\*\* e Paulo J. Oliveira\*\*\***

\* Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte  
Departamento de Engenharia Química, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, s/n, 4200-465 Porto, Portugal  
e-mail: mmalves@fe.up.pt, web <http://www.fe.up.pt/~mmalves/>

\*\* Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte  
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho  
Campus de Azurém, 4800-058 Guimarães, Portugal  
e-mail: fpinho@dem.uminho.pt, web <http://www.dem.uminho.pt/PEOPLE/FTP/>

\*\*\* Departamento de Engenharia Electromecânica, Universidade da Beira Interior  
6201-001 Covilhã, Portugal  
e-mail: pjpo@ubi.pt web <http://demnet.ubi.pt/~pjpo/>

**Palavras-chave:** contracção súbita tridimensional, fluido viscoelástico, modelo multimodo Phan-Thien—Tanner.

**Resumo.** *Apresentam-se resultados de simulações numéricas do escoamento de fluidos newtonianos, elásticos e não newtonianos inelásticos numa contracção tridimensional de secção quadrada e razão de contracção 4 para 1. Esses resultados são ainda comparados com dados experimentais e referem-se a condições de inércia desprezável. Para os fluidos elásticos a equação constitutiva reológica adoptada foi um modelo não linear PTT de 4 modos com solvente newtoniano e os cálculos numéricos foram efectuados utilizando uma metodologia de volumes finitos. Para se obterem resultados com elevada precisão utilizaram-se esquemas de discretização de segunda ordem, sendo de salientar o recurso a um esquema de alta resolução, desenvolvido por Alves et al. [14], para os termos advectivos da equação hiperbólica da tensão. Os resultados mostram claramente o enorme crescimento do vórtice do plano médio e a inversão na trajectória das partículas de fluido na recirculação, devido à elasticidade do fluido.*

## 1. INTRODUÇÃO

Os escoamentos em contracções súbitas são considerados problemas de referência em Reologia Computacional [1], além de possuírem características de relevância industrial, como em processos de extrusão e injeção de plásticos, entre outros. Daí que ao longo dos anos tenham sido efectuadas muitas investigações experimentais e numéricas, sobretudo para escoamentos em contracções planas [2-5] e de secção circular [6-8]. Apesar da sua simplicidade geométrica, as características destes escoamentos são extremamente complexas e surpreendentes quando os fluidos apresentam comportamentos fortemente não newtonianos, observando-se mesmo padrões de comportamento bastante diferentes para fluidos aparentemente semelhantes do ponto de vista reológico.

Os estudos de escoamentos em contracções súbitas tridimensionais são muito mais escassos, mas não menos importantes. Um dos primeiros trabalhos na contracção de secção quadrada foi da autoria de Walters e Webster [9], que encontraram semelhanças com o escoamento em contracções de secção circular. Posteriormente, Purnode e Crochet [10] também confirmaram algumas semelhanças entre os escoamentos bi- e tri-dimensionais. Uma das principais conclusões desse estudo foi, contudo, a necessidade de uma representação reológica fiel por parte dos modelos constitutivos adoptados nos cálculos numéricos, para que seja possível uma efectiva previsão dos padrões observados experimentalmente.

Recentemente, Alves et al. [11] efectuaram visualizações experimentais com fluidos de Boger (fluidos viscoelásticos de viscosidade de corte aproximadamente constante) numa contracção súbita de secção quadrada, para condições de inércia desprezável. Nesse estudo observou-se uma variação não-monótona do comprimento da recirculação nos planos de simetria. Este vórtice de canto inicialmente aumentou com a elasticidade, posteriormente diminuiu de forma significativa, e só então aumentou acentuadamente com a elasticidade, tendo sido atingido condições de regime não estacionário para os valores mais elevados da elasticidade do escoamento.

Para fluidos viscoelásticos com viscosidade de corte reofluidificante, a informação disponível é também muito escassa. Por outro lado, o aumento da capacidade computacional dos últimos 5 anos tornou possível a realização de simulações numéricas tridimensionais em tempos de cálculo razoáveis e com precisão adequada.

São estas as motivações para este trabalho de investigação, onde se estuda numericamente o comportamento de fluidos viscoelásticos, com comportamento reofluidificante em escoamento de corte, numa contracção súbita quadrada, comparando-se ainda os resultados com observações experimentais.

Na próxima secção apresentam-se as equações a resolver e o método numérico utilizado, seguindo-se uma breve descrição dos fluidos a simular. Os resultados das simulações são então apresentados e discutidos, antes do fecho do artigo.

## 2. CARACTERÍSTICAS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

### 2.1. Equações governativas

As equações a resolver para escoamento incompressível de fluidos viscoelásticos são a conservação da massa (Eq. 1), de quantidade de movimento (Eq. 2) e uma equação constitutiva reológica para a tensão polimérica  $\tau_{ij,p}$ . Nestas equações  $u_i$  representa o vector velocidade,  $p$  a pressão e  $\rho$  a massa específica do fluido. A tensão é dada pela soma de uma contribuição newtoniana do solvente de viscosidade  $\eta_s$  com uma contribuição polimérica que introduz a elasticidade (subíndice  $p$ ).

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial(u_i)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \eta_s \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij,p}}{\partial x_j} \quad (2)$$

A contribuição polimérica  $\tau_{ij,p}$  é expressa como a soma de  $m$  modos viscoelásticos

$$\tau_{ij,p} = \sum_{m=1}^N \tau_{ij,p_m} \quad (3)$$

em que cada modo obedece a uma equação do tipo hiperbólica, com a forma

$$Y(\tau_{kk,p}) \tau_{ij,p} + \lambda \left( \frac{\partial \tau_{ij,p}}{\partial t} + \frac{\partial(u_k \tau_{ij,p})}{\partial x_k} \right) = \eta_p \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \tau_{jk,p} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \tau_{ik,p} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \lambda \frac{\xi}{2} \left( \tau_{jk,p} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \tau_{ik,p} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \right) \quad (4)$$

No caso vertente utiliza-se um modelo de Phan-Thien—Tanner (sigla PTT) de quatro modos e com o coeficiente da tensão linear, dado por

$$Y(\tau_{kk,p}) = 1 + \frac{\lambda \varepsilon}{\eta_p} \tau_{kk,p} \quad (5)$$

Nas expressões (4) e (5),  $\lambda$  representa o tempo de relaxação,  $\eta_p$  o coeficiente de viscosidade do polímero, e  $\varepsilon$  e  $\xi$  representam coeficientes do modelo PTT que influenciam a viscosidade extensional e as diferenças de tensões normais. No método numérico de resolução das equações algébricas equivalentes, os termos do membro da esquerda da equação (4) são tratados de forma explícita, enquanto que os termos da direita são tratados de forma implícita.

Neste trabalho apresentam-se também resultados numéricos obtidos com fluidos

newtonianos e com fluidos não newtonianos generalizados cuja viscosidade viscosimétrica é idêntica à dos fluidos PTT. Nestes casos,  $\lambda$  e  $\eta_s$  são anulados e  $\eta_p$  assume uma forma do tipo lei de Carreau-Yasuda,

$$\eta_p[\text{Pa.s}] = 0.27 + \frac{3.8}{\left[1 + (20\dot{\gamma}[\text{s}^{-1}])^2\right]^{1/4}} \quad (6)$$

## 2.2. Método numérico de resolução

O conjunto de equações governativas foi resolvido pelo método dos volumes finitos, descrito em detalhe em Oliveira et al. [12]. De forma sucinta, o domínio de cálculo é dividido num conjunto de volumes computacionais nos quais as equações são inicialmente integradas e posteriormente transformadas em equações algébricas. Estas equações são então resolvidas sequencialmente para cada variável dependente ( $u$ ,  $p$ ,  $\tau$ ), utilizando métodos de gradiente conjugado, sendo que as não-linearidades presentes nos termos convectivos, e na função  $Y(\tau)$  da equação constitutiva, são tratadas explicitamente pelo próprio processo iterativo.

As malhas de cálculo são do tipo colocado e, para se assegurar o acoplamento entre os campos de pressão, velocidade e tensão, foram desenvolvidas formulações especiais para calcular as velocidades e as tensões nas faces das células computacionais [13]. Utiliza-se ainda o algoritmo SIMPLEC para o cálculo do campo da pressão por via da equação da continuidade.

No que diz respeito à precisão do método de cálculo, a discretização dos diversos termos difusivos das equações governativas foi efectuada por recurso a diferenças centradas de segunda ordem. Para os termos advectivos recorreu-se a um esquema de alta resolução designado por CUBISTA, desenvolvido por Alves et al. [14], e que está especialmente indicado para lidar com fluidos viscoelásticos. Para assegurar a estabilidade iterativa do método de cálculo, o esquema de alta-resolução foi implementado com a técnica da correcção diferida [15].

Não foi necessário efectuar modificações significativas ao método de cálculo pelo facto do modelo constitutivo ser multimodo. Relativamente ao método usado quando a equação constitutiva é de modo único, no passo do algoritmo SIMPLEC em que se resolvia essa equação constitutiva são agora resolvidas sequencialmente as equações dos quatro modos, começando no modo com o tempo de relaxação mais elevado. Ora, uma vez que é a equação da correcção de pressões a principal responsável pelo tempo de cálculo em cada iteração, o aumento no tempo de CPU devido ao uso de quatro modos é apenas marginal.

## 2.3. Malhas computacionais

Apesar da simetria da contracção súbita em relação a dois planos ortogonais, foram efectuadas simulações tridimensionais em toda a geometria, pelo que só foi necessário impôr condições de fronteira de entrada, saída e parede. Os planos de entrada e saída estão muito afastados da região de interesse ( $-41.7H_1$  e  $+25.0H_1$ , respectivamente), por forma a imporem-se aí condições de escoamento completamente desenvolvido.

Usaram-se três malhas no cálculo: a malha M40 com 40 células de parede a parede em cada direcção transversal da conduta de entrada, e com um total de 51 000 células computacionais. A malha mais fina (M80) tinha o dobro dos volumes finitos em cada direcção, num total de 408 000 células. Como a malha M80 era extremamente refinada e conduzia a tempos de cálculo excessivamente longos para fluidos viscoelásticos, optou-se neste caso por efectuar alguns cálculos numa malha intermédia com 56 células em cada direcção transversal (M56), e com um total de 312 816 volumes de controlo. Embora estas malhas sejam menos refinadas que as malhas de Alves et al. [5] para cálculo 2D, elas representam um aumento significativo de tempo de cálculo por serem tridimensionais, e corresponderem assim a um aumento do número de graus de liberdade.

A Figura 1 apresenta o pormenor da malha intermédia M56, junto ao plano da contracção, sendo de relevar que a malha M80, usada nalguns cálculos, ainda apresenta um maior grau de refinamento.

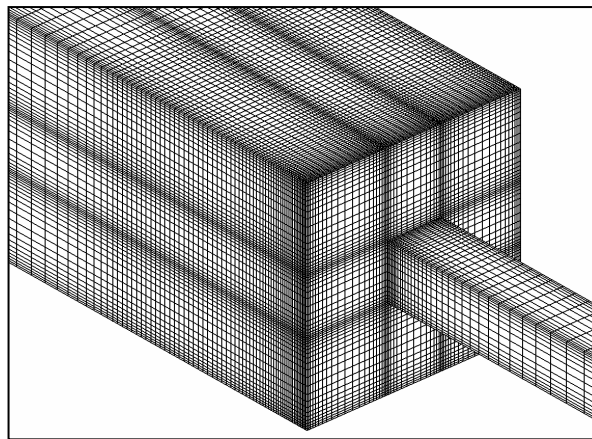


Figura 1- Pormenor da malha computacional M56 junto ao plano da contracção

A geometria em estudo foi implementada experimentalmente, como está descrito em Alves [16]. Trata-se de uma conduta de secção quadrada com 1 m de comprimento e 24 mm de lado ( $H_1$ ), seguida de uma segunda conduta quadrada de lado igual a 6 mm ( $H_2$ ) e com 300 mm de comprimento.

Para visualizar o escoamento, este foi iluminado por uma folha de radiação laser He-Ne proveniente de um tubo de 10 mW de potência que se formou após passagem por uma lente cilíndrica. A radiação laser reflectida em partículas suspensas no fluido (partículas de PVC de 10  $\mu\text{m}$ ) permitiu registar a trajectória das partículas usando fotografia de elevado tempo de exposição, usando-se uma câmara fotográfica convencional (Canon EOS300 com lente macro EF 100mm f/2.8).

### 3. REOLOGIA DOS FLUIDOS E CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS CONSTITUTIVOS

Os fluidos usados nas simulações numéricas foram caracterizados reologicamente em

ensaios de corte, sendo as respectivas composições apresentadas na Tabela 1. Foram usados dois fluidos newtonianos à base de glicerina e água (N91 e N85), assim como um fluido viscoelástico (PAA500) obtido por adição de uma pequena quantidade de poliacrilamida (PAA) à solução newtoniana de menor viscosidade (N85). Para evitar uma possível degradação bacteriológica adicionou-se uma pequena quantidade de um agente biocida (Kathon LXE da Rohm & Haas). As massas específicas das diversas soluções foram medidas com um picnómetro à temperatura de 21.2 °C.

O fluido newtoniano N85, que serviu de solvente ao fluido viscoelástico PAA500, apresenta uma viscosidade de corte de 0.125 Pa.s a 18.0°C. Para o fluido N91 mediu-se a viscosidade de corte na gama de 15.9 a 25.0 °C, sendo de 0.367 Pa.s a 20.0 °C.

Quanto à solução PAA500, as medições dos módulos de conservação ( $G'$ ) e dissipação ( $G''$ ), representadas na Figura 2, permitiram a determinação do espectro linear viscoelástico a ser usado no modelo constitutivo. O espectro obtido encontra-se discriminado na Tabela 2, e as correspondentes previsões do modelo constitutivo estão representadas na Figura 2.

Designação	PAA [ppm]	Glicerina [%]	Água [%]	NaCl [%]	Kathon [ppm]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
N85	-	84.99	15.01	-	25	1221
N91	-	90.99	7.51	1.50	25	1250
PAA500	500	84.97	14.98	-	25	1226

Tabela 1- Composição dos fluidos em concentração mássica.

Modo $k$	$\lambda_k$ [s]	$\eta_k$ [Pa.s]
1	30	2.5
2	3	0.9
3	0.3	0.3
4	0.03	0.1
solvente	-	0.27

Tabela 2- Espectro linear elástico para o fluido PAA500 a 15°C.

As medições das propriedades viscosimétricas (viscosidade e primeira diferença de tensões normais) permitiram a determinação dos restantes parâmetros do modelo. As medições foram efectuadas num reómetro na gama de temperaturas entre os 10 e os 30 °C. Com estas medições foi possível determinar o factor de deslocamento ( $a_T$ ), de acordo com o princípio da sobreposição tempo-temperatura, como se explica com mais detalhe em Alves [16]. Os resultados das medições da viscosidade de corte comparam bem com as previsões do modelo constitutivo formado pela soma da contribuição do solvente newtoniano e de um modelo PTT com 4 modos, como se vê na Figura 3, com os parâmetros  $\varepsilon$  e  $\xi$  a tomar os valores numéricos de 0.02 e 0.04, respectivamente. Já relativamente ao coeficiente da primeira diferença de tensões normais, o modelo constitutivo prevê uma reofluidificação mais intensa do que as

experiências, como se vê na representação de  $\Psi_1/a_T^2$  em função de  $a_T\dot{\gamma}$  (curva mestre de primeira diferença de tensões normais) e de  $2G'/(\omega a_T)^2$  em função de  $a_T\omega$  da Figura 4.

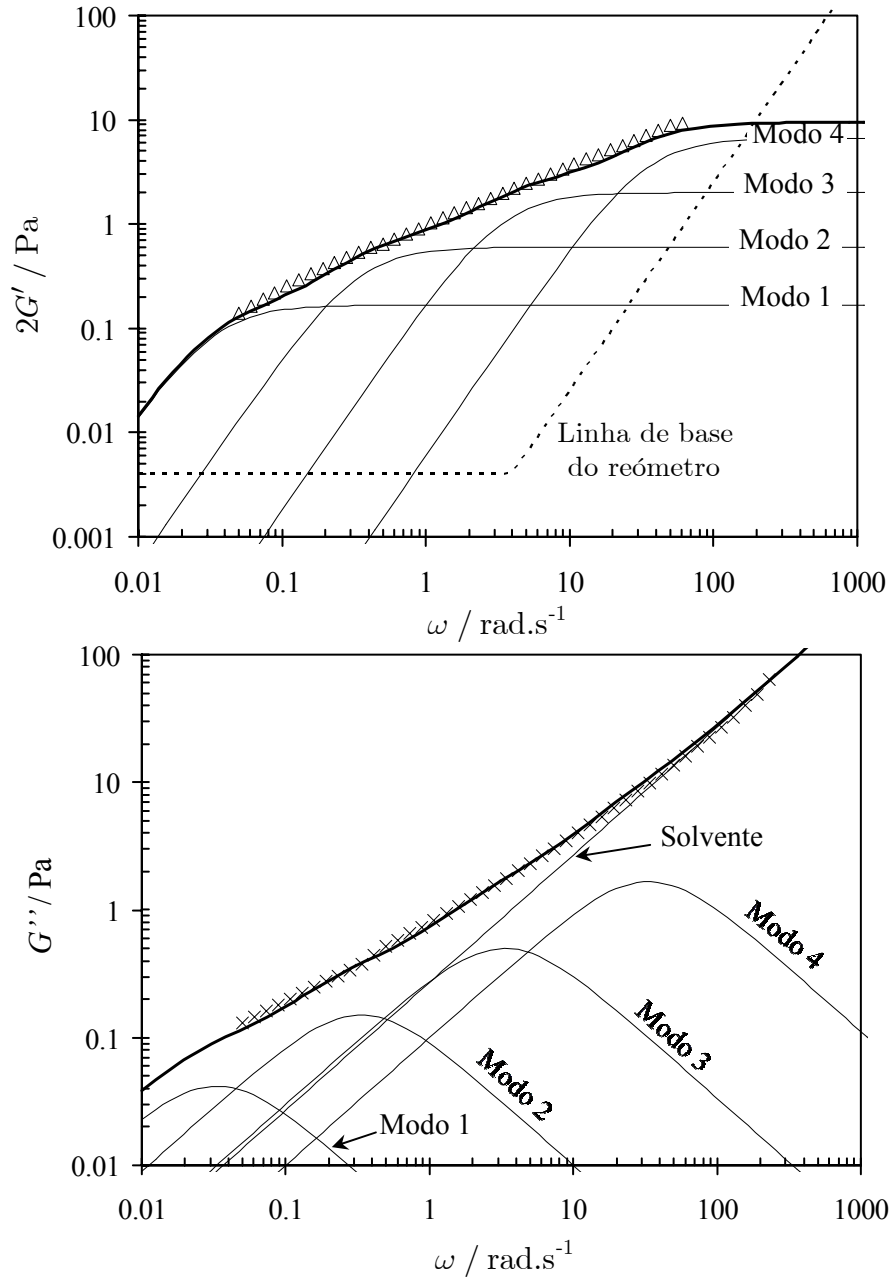


Figura 2- Comparação entre os resultados experimentais de  $G'$  (a) e  $G''$  (b) e as previsões do modelo de 4 modos PTT com solvente newtoniano para a solução PAA500.

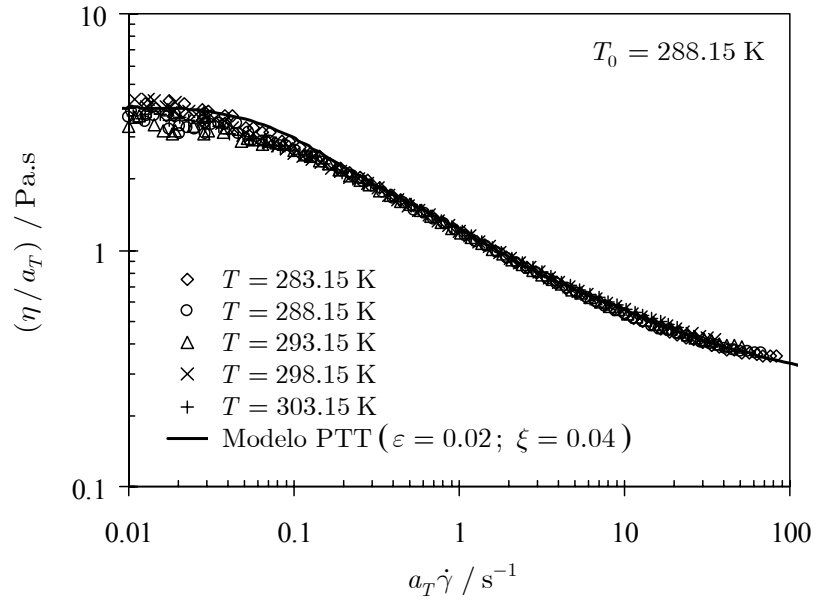


Figura 3- Comparação entre os resultados experimentais da viscosidade de corte reduzida e previsões do modelo de 4-modos PTT com solvente newtoniano para a solução PAA500.

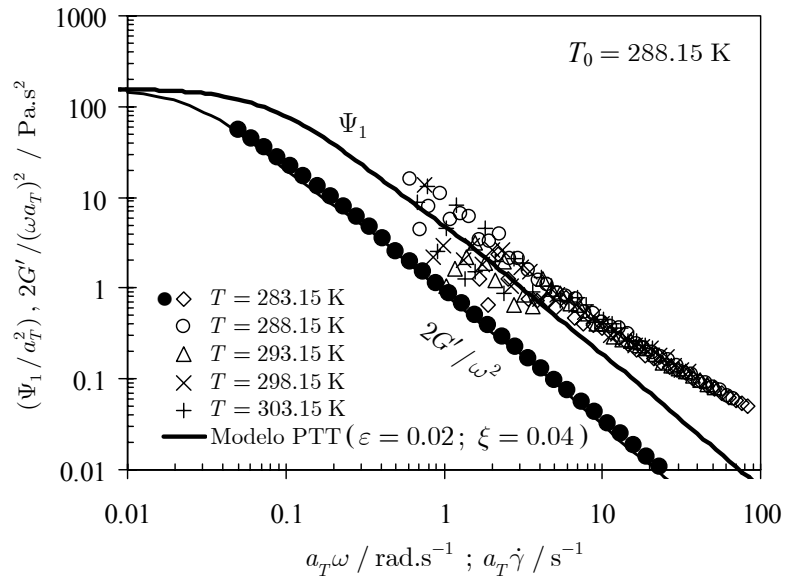


Figura 4- Comparação entre os resultados experimentais da primeira diferença de tensões normais e  $2G'/\omega^2$  e previsões do modelo de 4-modos PTT com solvente newtoniano para a solução PAA500.



## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Fluidos newtonianos

Foi estudado o efeito do número de Reynolds no comportamento dinâmico, apresentando-se os resultados na Figura 5 sob a forma de linhas de traço; a figura inclui também fotos das linhas de traço obtidas nas visualizações para comparação. O número de Reynolds está definido com base em parâmetros da conduta de montante (subíndice 1), de acordo com a Equação (7).

$$Re_1 = \frac{\rho U_1 H_1}{\eta} \quad (7)$$

Todas as visualizações deste trabalho representam linhas de traço no plano médio da geometria. Como se pode ver, os resultados numéricos reproduzem fielmente os acontecimentos, e verifica-se que em condições de inércia desprezável o comprimento de recirculação toma o valor limite  $x_R/H_1 = 0.33$ , que diminui com o aumento da inércia. A caudais muito elevados, onde a inércia é relevante, a recirculação acaba por desaparecer.

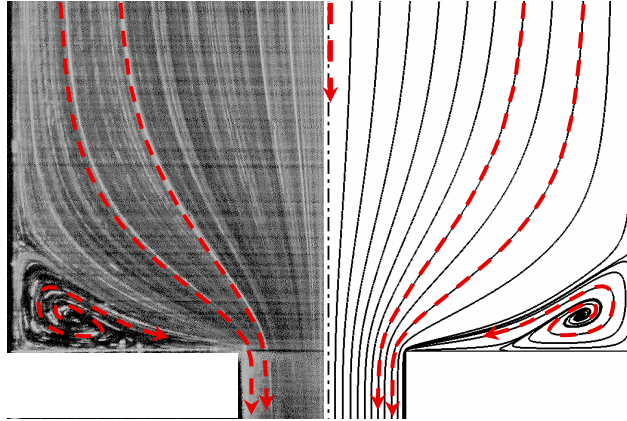


Figura 5- Trajectórias de partículas de fluido no plano médio da contracção para fluidos newtonianos: resultados experimentais (esquerda), resultados numéricos (direita).

Embora o escoamento pareça bidimensional na realidade ele é tridimensional e isso está patente nas visualizações onde se vê que as linhas de traço não são fechadas no interior do vórtice, mas em espiral, o que indica a existência de um vórtice aberto. De facto, nas condições de inércia desprezável que nos interessa aqui considerar, o padrão tridimensional do escoamento dos fluidos newtonianos está bem ilustrado na Figura 6 em que se mostram as trajectórias das partículas de fluido em dois planos verticais: o plano médio perpendicular à parede, representado em todas as figuras e que passa pelos pontos A-B, mas também o plano inclinado a  $45^\circ$  que passa pelos cantos da conduta de secção quadrada e que designaremos de plano de canto.

As partículas de fluido entram no vórtice do plano de canto, rodam em direcção ao seu centro, saindo então a direcção ao centro do vórtice do plano médio. Uma vez aí chegadas, as partículas de fluido rodam no vórtice do plano médio em direcção à sua periferia e saem

finalmente para a conduta de jusante junto ao chamado canto reentrante da contracção.

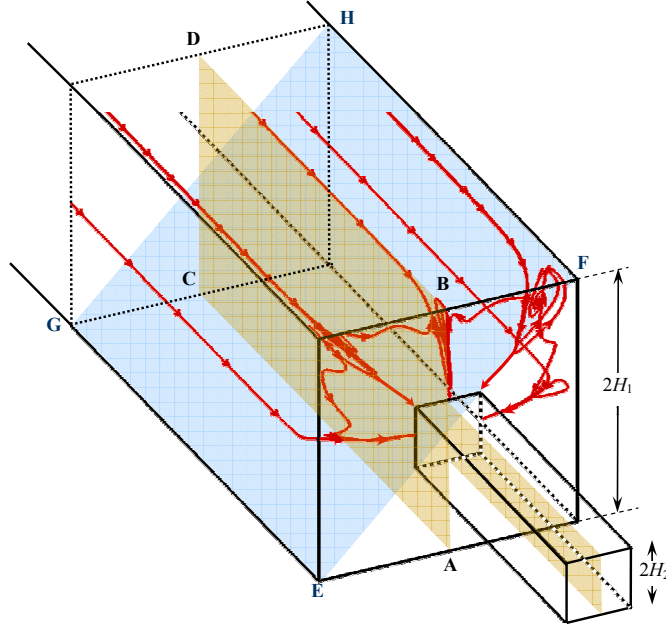


Figura 6- Algumas trajetórias típicas de partículas de fluido newtoniano para escoamento de Stokes numa contracção 3D 4:1:1—amarelo (trajetórias no plano médio passando pelos pontos ABCD); azul (trajetórias no plano de canto passando pelos pontos EFGH)

#### 4.2. Fluido viscoelástico

A definição de número de Reynolds para um fluido de características reofluidificantes, como o fluido PAA500, é mais ambígua uma vez que é necessário seleccionar uma velocidade de deformação característica do escoamento para então se determinar a respectiva viscosidade de corte. Como se viu na Figura 3, há duas viscosidades limite que correspondem a velocidades de deformação nula e infinita, mas que só diferem aproximadamente num factor de 10 porque o fluido é apenas moderadamente reofluidificante. Contudo, mesmo considerando o limite inferior da viscosidade de corte, para as condições experimentais a inércia é desprezável, como se demonstra em [16].

Para quantificar a elasticidade recorre-se ao número de Débora (Eq. 8) que se calcula com base no valor de tempo de relaxação de Maxwell,  $\lambda_p$ , o qual se calcula a partir do espectro linear elástico através das expressões

$$De_1 = \frac{\lambda_p(T)U_1}{H_1} = \frac{a_T \lambda_p(T_0)U_1}{H_1}; \quad \eta_p = \sum_{k \neq \text{solvente}} \eta_k; \quad \lambda_p = \sum_{k \neq \text{solvente}} \frac{\eta_k \lambda_k}{\eta_p} \quad (8)$$

sendo  $T_0$  a temperatura absoluta de referência e  $T$  a temperatura absoluta a que foram efectuadas as visualizações. Para este fluido obtém-se assim  $\eta_0 = \eta_s + \eta_p = 4.07$  Pa.s,  $\beta = \eta_s/\eta_0 = 0.0663$  e  $\lambda_p = 20.47$  s, onde  $\eta_0$  representa a viscosidade total do fluido

(solvente mais aditivo polimérico) para baixas taxas de deformação.

A influência da elasticidade sobre o vórtice no plano médio da contracção, em condições de inércia desprezável, está bem patente na Figura 7, onde também se apresentam as fotografias correspondentes. Verifica-se que há uma enorme intensificação do vórtice com o aumento da elasticidade, e até uma velocidade  $U_1 = 0.0422$  cm/s as diferenças entre as simulações numéricas e as visualizações experimentais são pouco significativas. Para caudais superiores, a simulação prevê por defeito o crescimento do vórtice devido à elasticidade, mas torna-se necessário efectuar simulações com malhas mais refinadas para esclarecer este aspecto de forma definitiva, já que as soluções numéricas poderão ainda não ser independentes da malha. Note-se a este propósito que os cálculos com a malha M56 são extremamente demorados devido ao elevado número de graus de liberdade envolvidos na simulação, assim como devido ao elevado tempo de relaxação do primeiro modo do espectro: para  $U_1 = 0.0422$  cm/s foram necessários cerca de 12 dias de CPU num PC com processador AMD Athlon XP 2400+ (2.4 GHz) e 1 GB de memória SDRAM. Relembre-se que esta malha possui 312 816 células, a que correspondem 8 758 848 graus de liberdade, valor este mais elevado do que qualquer estudo prévio que se encontra na literatura viscoelástica.

A figura mostra ainda uma diferença na forma do vórtice relativamente ao caso newtoniano: enquanto que no plano médio o vórtice newtoniano tinha uma forma claramente côncava, para o fluido reofluidificante elástico a forma não é nem côncava nem convexa a baixas velocidades e posteriormente adquire uma forma claramente convexa com o aumento da elasticidade.

Contudo, a diferença mais significativa está na inversão do sentido do movimento das partículas de fluido no interior dos vórtices para o escoamento a números de Débora elevados, e relativamente ao que acontecia para fluidos newtonianos. É o que se observa no esquema da Figura 8, realizado a partir das simulações numéricas para uma velocidade  $U_1 = 0.00533$  cm/s. Ao contrário do que acontecia com fluidos newtonianos, partículas de fluido provenientes de montante e que entram no vórtice do plano médio, rodam agora em direcção ao seu interior e dirigem-se posteriormente para o centro do vórtice localizado no plano de canto, onde se deslocam para a sua periferia, saindo então para a conduta de jusante. Este padrão é exactamente o inverso do que foi obtido para fluidos newtonianos. Esta inversão elástica no sentido do escoamento numa contracção quadrada tridimensional não havia ainda sido relatada na literatura, sendo por essa razão uma contribuição muito importante do presente estudo. Por forma a ilustrar melhor estes efeitos, e para provar que é a elasticidade a principal responsável, efectuaram-se também simulações numéricas com um fluido inelástico obedecendo ao modelo newtoniano generalizado e em que a viscosidade de corte variava exactamente da mesma forma que para o fluido elástico. O resultado dessas simulações está patente na Figura 9, para as mesmas velocidades médias de escoamento, sendo de notar a ausência do grande aumento do vórtice, ocorrendo precisamente um efeito oposto. Verifica-se ainda que a direcção do movimento das partículas na região dos vórtices é a mesma que se observou para fluidos newtonianos. Sendo este um fluido inelástico, e como a inércia é pouco importante, há somente um pequeno efeito do nível de reofluidificação sobre o comprimento do vórtice, que se altera com a velocidade do escoamento já que as gamas de viscosidade no

seio do escoamento são distintas a caudais diferentes, traduzindo assim diferentes intensidades de reofluidificação. Para finalizar, comparam-se na Figura 9 os resultados dos três conjuntos de simulações em termos da variação do comprimento do vórtice do plano médio em função da velocidade do escoamento.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o financiamento do FEDER através dos projectos POCTI 37699/EQU/2001 e POCTI 37711/EME/2001 da Fundação para a Ciência e Tecnologia, que financiaram parcialmente este trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] O. Hassager, Working group on numerical techniques. 5<sup>th</sup> International Workshop on Numerical Methods in Non-Newtonian Flows, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **29**, 2-5 (1988)
- [2] S.A. White e D.G. Baird, The importance of extensional flow properties on planar entry flow patterns of polymer melts, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **20**, 93-101 (1986)
- [3] S.A. White e D.G. Baird, Flow visualization and birefringence studies on planar entry flow behavior of polymer melts, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **29**, 245-267 (1988)
- [4] R.E. Evans e K. Walters, Further remarks on the lip-vortex mechanism of vortex enhancement in planar contraction flows, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **32**, 95-105 (1988)
- [5] M.A. Alves, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, Benchmark solutions for the flow of Oldroyd-B and PTT fluids in planar contractions, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **110**, 45-75 (2003)
- [6] P.J. Cable e D.V. Boger, A comprehensive experimental investigation of tubular entry flow of viscoelastic fluids: Part I. Vortex characteristics in stable flow. *AIChE J.*, **24**, 868-879 (1978)
- [7] P.J. Cable e D.V. Boger, A comprehensive experimental investigation of tubular entry flow of viscoelastic fluids: Part II. The velocity fields in stable flow. *AIChE J.*, **24**, 992-999 (1978)
- [8] S. Nigen e K. Walters, Viscoelastic contraction flows: comparison of axisymmetric and planar configurations, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **102**, 343-359 (2002)
- [9] K. Walters e M.F. Webster, On dominating elastico-viscous response in some complex flows. *Phil. Trans. R. Soc. London A*, **308**, 199-218 (1982)
- [10] B. Purnode e M.J. Crochet, Flows of polymer solutions through contractions. Part 1: flows of polyacrylamide solutions through planar contractions. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **65**, 269-289 (1996)
- [11] M.A. Alves, F.T. Pinho e P.J. Oliveira, Visualizations of Boger fluid flows in a 4:1 square/square contraction. (Em preparação)
- [12] P.J. Oliveira, F.T. Pinho e G.A. Pinto, Numerical simulation of nonlinear elastic flows with a generalized collocated finite-volume method. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **79**, 1-43 (1998)
- [13] P. J. Oliveira e F.T. Pinho, Numerical procedure for the computation of fluid flow with arbitrary stress-strain relationships. *Num. Heat Transfer B*, **35**, 295-315 (1999)
- [14] M.A. Alves, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, A convergent and universally bounded

- interpolation scheme for the treatment of advection. *Int. J. Num. Methods in Fluids*, **41**, 47-75 (2003)
- [15] P.K. Khosla e S.G. Rubin, A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme, *Comput. Fluids*, **2**, 207-209 (1974)
- [16] M.A. Alves, *Escoamentos de fluidos viscoelásticos em regime laminar: análise numérica, teórica e experimental*. Tese de doutoramento, FEUP (2004).

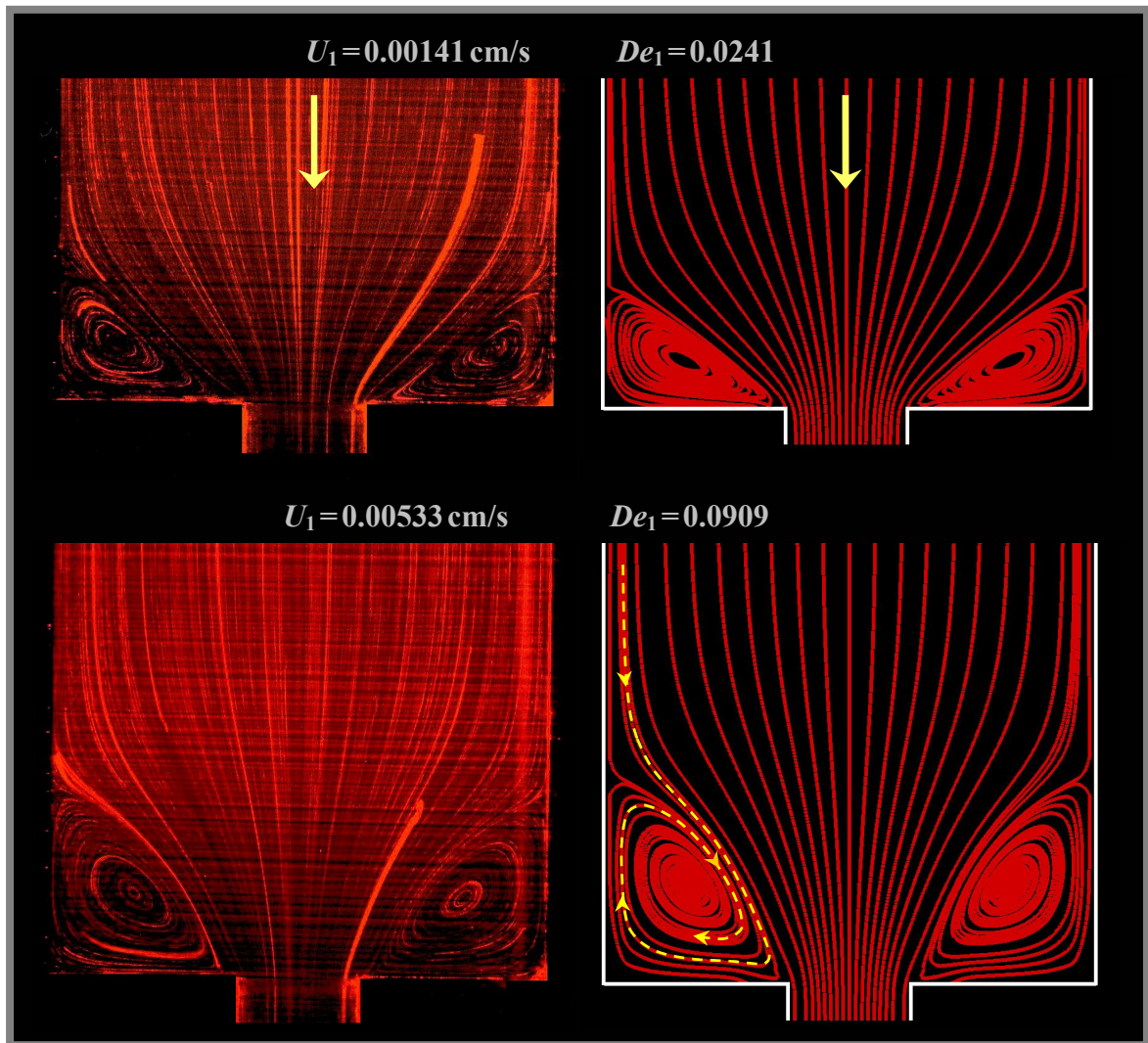


Figura 7- Trajectórias de partículas de fluido no plano médio da contracção para fluidos viscoelásticos e em função da elasticidade: PAA500 experimentais (esquerda), PTT multimodo (direita). Escoamento do fluido PAA500 na contracção 4:1:1 (Parte 1).



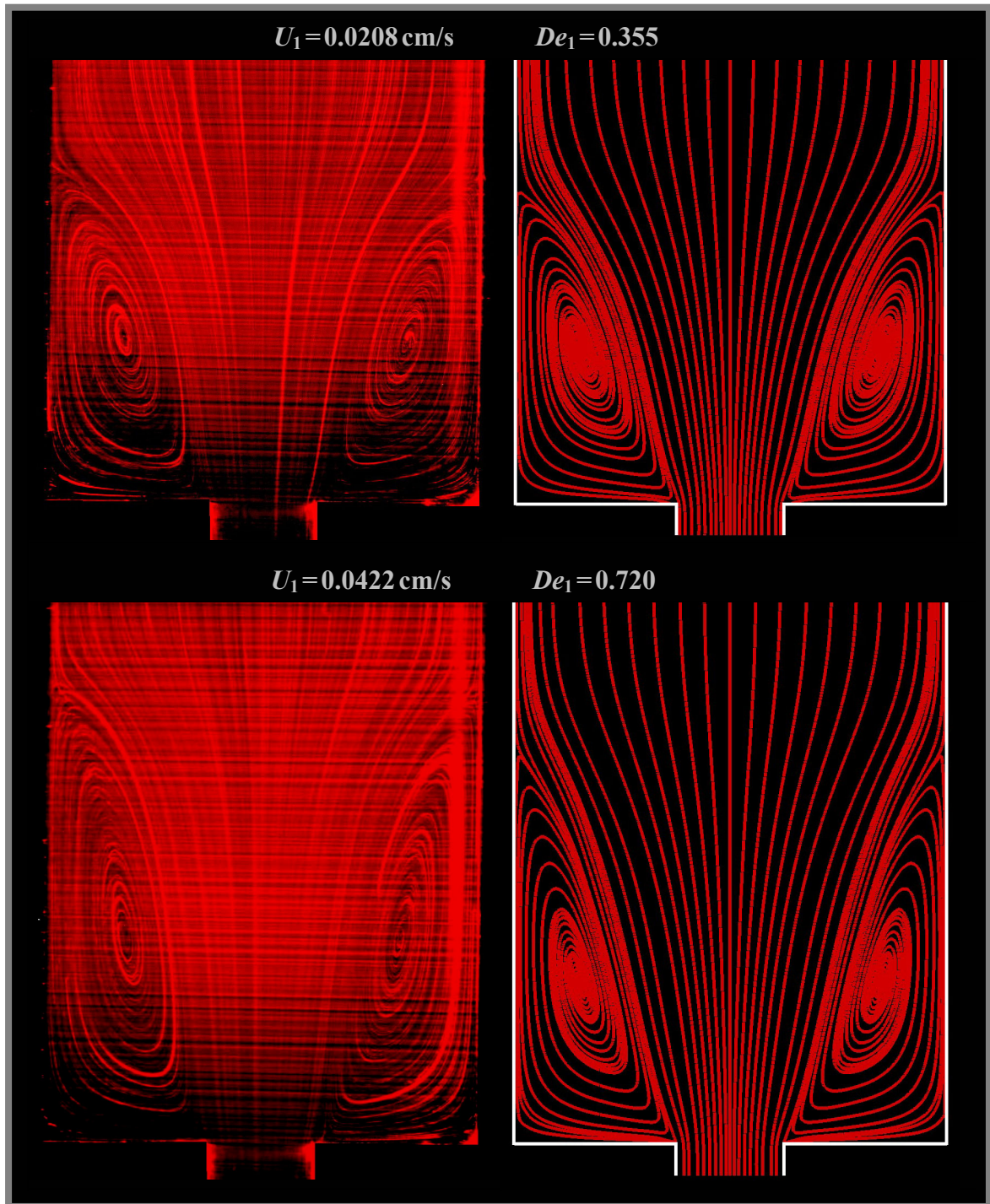


Figura 7- Conclusão

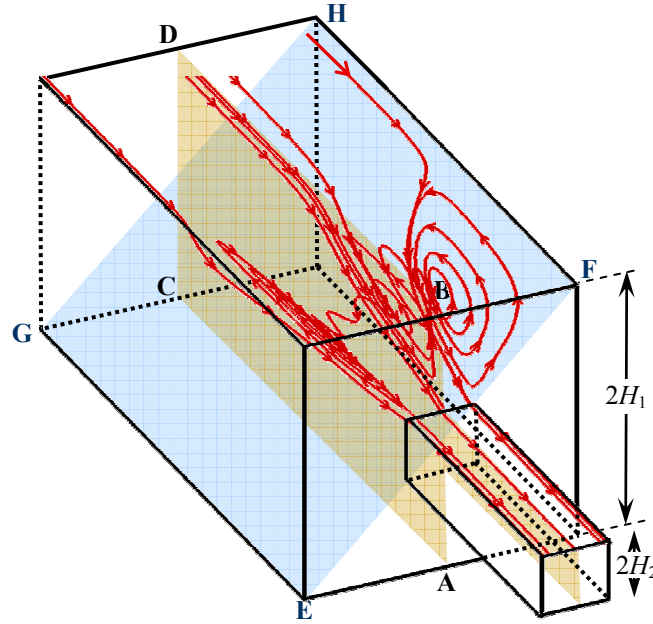


Figura 8- Algumas trajetórias típicas de partículas para o escoamento de Stokes de um fluido PTT de 4 modos e solvente newtoniano numa contracção 3D 4:1:1—amarelo (trajetórias no plano médio passando pelos pontos ABCD); azul (trajetórias no plano de canto passando pelos pontos EFGH).

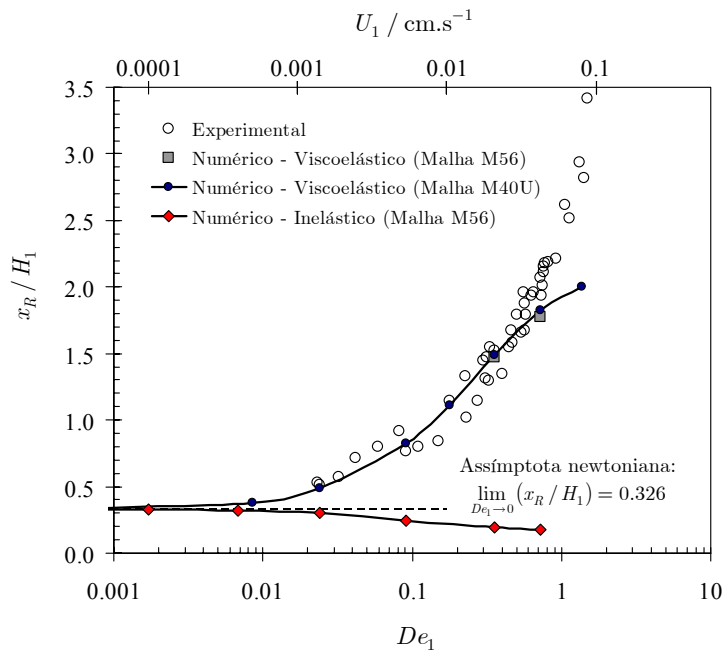


Figura 9- Variação do comprimento do vórtice do plano médio em função da velocidade do escoamento médio em condições de inércia desprezável para fluidos newtonianos, fluido PTT multimodo e fluido newtoniano generalizado com viscosidade equivalente à do fluido PTT.