

## Escoamento Newtoniano e não-Newtoniano Inelástico num “T” Bidimensional: Variação da Inércia e da Razão de Caudais

H.M.M. Matos<sup>1</sup> e P.J. Oliveira<sup>2</sup>

Universidade da Beira Interior, Departamento de Engenharia Electromecânica, Rua Marques D’ Ávila e Bolama,  
6200-001 Covilhã, Portugal

<sup>1</sup>email: [heldermiguelmm@hotmail.com](mailto:heldermiguelmm@hotmail.com)

<sup>2</sup>email: [pjpo@ubi.pt](mailto:pjpo@ubi.pt)

---

### Sumário

*Procedeu-se à simulação numérica do escoamento laminar e estacionário numa bifurcação com 90°, plana e bidimensional, com o objectivo de estudar a influência da inércia e da razão de extracção sobre as características dos vórtices formados. O número de Reynolds variou-se entre 50 e 1000, e as razões de caudais entre 0.1 e 0.9. Foram utilizados fluidos newtonianos e não-newtonianos inelásticos com parâmetros ajustados à reologia do sangue. O fluido não-newtoniano é do tipo GNF e segue o modelo reológico de Carreau-Yasuda. O modelo GNF produz comprimentos de recirculação superiores, e gradientes de tensão inferiores em relação ao caso newtoniano.*

---

**Palavras chave:** Bifurcação, Recirculações, Hemodinâmica, Aterosclerose

### 1 Introdução

Doenças como a aterosclerose e trombose estão associadas ao escoamento no sistema circulatório humano e são uma das maiores causas de morte nos países desenvolvidos; normalmente, este tipo de doença localiza-se no seio das bifurcações das artérias [1], o que faz com que a simulação numérica de escoamentos laminares em bifurcações, assuma grande relevância de forma a compreender como se iniciam e desenvolvem estas doenças.

O escoamento numa bifurcação é complexo, originando elevados gradientes de tensão, cuja interacção com as paredes das artérias conduz ao aparecimento de doenças cardiovasculares. Dependendo da localização no interior da bifurcação podemos encontrar zonas com tensões muito baixas e muito elevadas em módulo, e que são directamente relacionadas com zonas onde se localizam este tipo de doenças. As zonas com tensões muito baixas, localizam-se no seio das recirculações formadas nos ramos principal e secundário da bifurcação, onde a velocidade do sangue é baixa e segundo vários autores [2, 3] existe a possibilidade de se formarem coágulos devido à adesão das plaquetas, glóbulos vermelhos e lipóides, originando a formação de placas ateróticas e trombos. As zonas da bifurcação caracterizadas por possuírem tensões muito elevadas (em módulo), são os cantos re-entrantes da bifurcação e junto às paredes a montante e a jusante das recirculações, onde pode ocorrer a danificação do endotélio das artérias [4, 5], conduzindo à diminuição do relaxamento das veias e ao aparecimento de doenças cardiovasculares. Assim como hemólise, com a indesejável libertação de hemoglobina na corrente sanguínea [6].

O sangue é um fluido complexo, que nos pequenos vasos apresenta características não-newtonianas viscoelásticas [7-9]. Em escoamentos não estacionários o sangue possui características viscosas e elásticas, enquanto que num escoamento estacionário, as suas características viscosas são predominantes. Em [10-12] foi efectuado um estudo da variação dos efeitos elásticos no escoamento numa bifurcação plana a 90°. Neste trabalho pretende-se estudar a variação dos efeitos viscosos numa bifurcação plana a 90°, através da variação do número de Reynolds (entre 50 e 1000), para diferentes valores da razão de caudais  $\beta$  (entre 0.1 e 0.9), e utilizando fluidos não-newtonianos inelásticos, do tipo do fluido newtoniano generalizado (GNF). Os parâmetros deste modelo serão ajustados às características reológicas do sangue.

### 2 Equações diferenciais

As equações que regem o escoamento são:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vector velocidade,  $p$  a pressão,  $\rho$  a massa volúmica do fluido e  $\boldsymbol{\tau}$  o tensor das tensões. A resolução da Eq. 2 impõe a necessidade de uma nova equação referente à evolução do tensor das tensões  $\boldsymbol{\tau}$  e para tal considerou-se um fluido não newtoniano inelástico do tipo GNF (“Generalized Newtonian Fluid”). Para os fluidos GNF, a tensão é relacionada com a taxa de deformação através de um coeficiente de viscosidade  $\eta(\dot{\gamma})$ , que é unicamente função da taxa de deformação, sendo a equação constitutiva dada por:

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (4)$$

Dos vários modelos empíricos de fluido newtoniano generalizado, adoptou-se o modelo de Carreau-Yasuda [13], onde a função  $\eta(\dot{\gamma})$  é dada por:

$$\eta = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left[ 1 + \left( \lambda \dot{\gamma} \right)^a \right]^{-\frac{n-1}{a}} \quad (5)$$

Neste modelo  $\eta_0$  é a viscosidade do fluido quando a taxa de deformação é nula,  $\eta_{\infty}$  é a viscosidade do fluido quando a taxa de deformação é infinita,  $\lambda$  é uma constante de tempo igual ao inverso do gradiente de velocidade que, para as pequenas taxas de deformação, indica a passagem do comportamento newtoniano para o não-newtoniano,  $n$  é o expoente da lei de potência e  $a$  é um parâmetro adimensional relacionado com a região de transição, entre a região da taxa de deformação nula e a região onde vigora a lei de potência. Se  $n=1$  obtém-se o fluido newtoniano com viscosidade  $\eta_0$ .

As propriedades do fluido correspondem ao modelo reológico seguido por Banerjee et al. [14], que adaptaram o modelo de Carreau-Yasuda às curvas experimentais de Cho e Kensey [15]. Estas relacionam a viscosidade do sangue com a taxa de deformação, e fornecem os seguintes valores para os parâmetros do modelo de Carreau-Yasuda:

- Expoente da lei de potência,  $n = 0.3568$
- Parâmetro de Carreau,  $a = 2$
- Viscosidade à taxa de deformação nula  $\eta_0 = 0.056 \text{ Pa.s}$
- Viscosidade à taxa de deformação infinita  $\eta_{\infty} = 0.0034 \text{ Pa.s}$
- Constante de tempo  $\lambda = 3.313 \text{ s}$

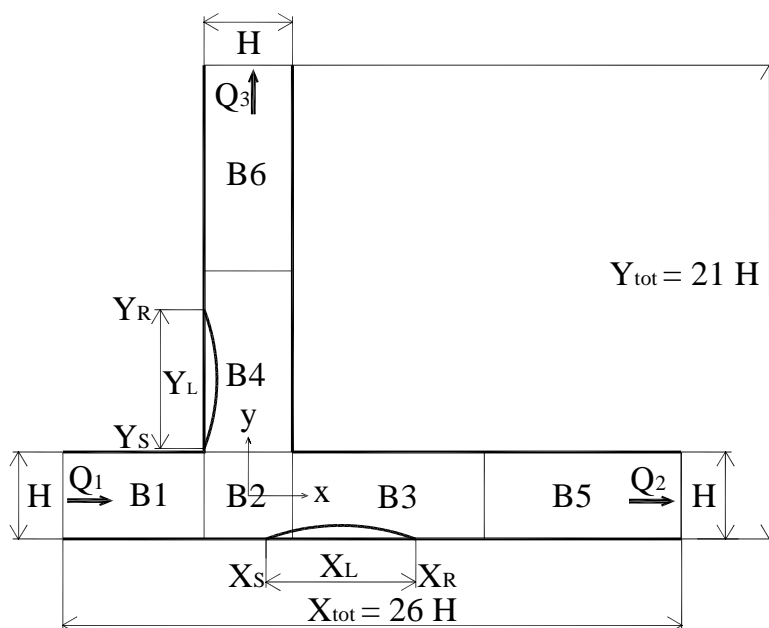
### 3 Método numérico

As equações diferenciais descritas anteriormente são discretizadas utilizando o método dos volumes finitos, segundo o qual as equações originais são integradas em cada volume de controlo, dando origem a um sistema de equações algébricas cujas incógnitas são os valores nodais das várias variáveis [16]. A integração é feita numa malha de volumes finitos com arranjo “colocado” das variáveis [17], ficando estas localizadas no centro dos volumes de controlo. Foi utilizada uma técnica semelhante à de Rhie e Chow [18] para evitar o desacoplamento entre a pressão e a velocidade neste tipo de malhas. Para o acoplamento entre a tensão e a velocidade é utilizado um processo do mesmo género, descrito em Oliveira e Pinho [19].

Os termos difusivos e o termo de gradiente de pressão na equação de conservação da quantidade de movimento foram representados por diferenças centrais, enquanto que para os termos convectivos é usado o esquema de alta resolução CUBISTA desenvolvido por Alves et al. [20]. O algoritmo utilizado está baseado no algoritmo SIMPLEC que permite ligar os campos de velocidade e pressão, de forma a verificar-se a equação da continuidade. A convergência do processo iterativo é obtida quando os resíduos de todas as variáveis são inferiores a  $10^{-8}$ .

### 4 Geometria, malha computacional e caracterização do escoamento na bifurcação

As simulações numéricas foram realizadas para uma geometria em (T), onde é gerada uma malha segundo os 6 blocos da Fig. 1. A altura dos canais é  $H = 0.01 \text{ m}$  e serve para a adimensionalização das distâncias. A entrada do escoamento está localizada em  $x = -3.5H$ , onde é imposto um perfil de velocidades parabólico e as saídas estão localizadas em  $x = 22.5H$  e  $y = 20.5H$ , onde o escoamento se encontra completamente desenvolvido. À excepção da entrada e saída do escoamento, todos os planos da geometria coincidem com paredes sólidas nas quais é imposta a condição de não escorregamento, obrigando a que a velocidade do fluido na parede seja igual à velocidade da parede (nula).



**Fig.1.** Representação gráfica da geometria em estudo.

A fig. 1 mostra as duas recirculações que surgem junto às paredes, uma vertical e outra horizontal, e que são caracterizadas pelo ponto de separação do escoamento  $X_s$  e  $Y_s$ , e pelo ponto de recuperação do escoamento  $X_r$  e  $Y_r$ . O comprimento das recirculações  $X_L$  e  $Y_L$ , é dado pela diferença entre os pontos de recuperação e separação.

As simulações numéricas foram realizadas para uma razão de caudais  $\beta$  variável (entre 0.1 e 0.9), com:

$$\beta = \frac{Q_3}{Q_1} \quad (6)$$

onde  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  são respectivamente os caudais volúmicos na entrada, na saída principal e na saída secundária, tal como estão identificados na figura 1. A imposição da razão de caudais constitui uma condição de fronteira adicional para escoamentos em bifurcações, de forma a garantir a unicidade da solução das equações. Para cada uma das razões de caudais adoptadas, variou-se o número de Reynolds, desde 50 até 1000. O número de Reynolds é definido por:

$$Re = \frac{\rho u_1 H}{\eta_0} \quad (7)$$

onde  $u_1$  é a velocidade média na entrada do escoamento,  $\rho = 1150 \text{ kg/m}^3$  e  $\eta_0 = 0.0084 \text{ Pa.s}$ .

A malha utilizada é não uniforme, segundo uma progressão geométrica, e foi objecto de estudo em [11], onde se procedeu ao estudo do refinamento de malha com três malhas progressivamente refinadas com 6400, 12800 e 25600 volumes de controlo. Na Tabela 1 estão resumidas as características da malha intermédia (M2) com 12800 volumes de controlo utilizada neste estudo.

**Tabela 1.** Resumo das características da malha intermédia (M2).

Blocos	Nº de células $NX \times NY$	Comprimento (X)	Comprimento (Y)	$f_x$	$f_y$
B1	40×40	-3.5 → -0.5	-0.5 → 0.5	0.95260	1.00000
B2	40×40	-0.5 → 0.5	-0.5 → 0.5	1.00000	1.00000
B3	100×40	0.5 → 12.5	-0.5 → 0.5	1.02657	1.00000
B4	40×100	-0.5 → 0.5	0.5 → 10.5	1.00000	1.02385
B5	20×40	12.5 → 22.5	-0.5 → 0.5	1.06413	1.00000
B6	40×20	-0.5 → 0.5	10.5 → 20.5	1.00000	1.06413

Para algumas simulações foi necessário utilizar um domínio de cálculo com canais mais longos; para tal utilizou-se uma nova malha referenciada por M2N e resumida na tabela 2.

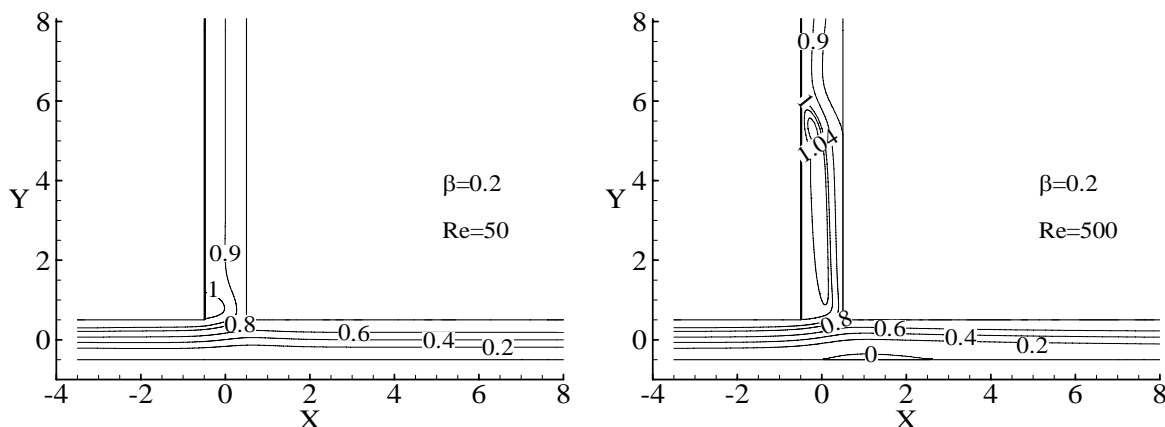
**Tabela 2.** Resumo das características da malha (M2N).

Blocos	Nº de células $NX \times NY$	Comprimento (X)	Comprimento (Y)	$f_x$	$f_y$
B1	$80 \times 40$	$-6.5 \rightarrow -0.5$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	0.9762991	1.0000000
B2	$40 \times 40$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	1.0000000	1.0000000
B3	$100 \times 40$	$0.5 \rightarrow 10.5$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	1.0238193	1.0000000
B4	$40 \times 100$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	$0.5 \rightarrow 10.5$	1.0000000	1.0238193
B5	$120 \times 40$	$10.5 \rightarrow 60.0$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	1.0072592	1.0000000
B6	$40 \times 120$	$-0.5 \rightarrow 0.5$	$10.5 \rightarrow 60.0$	1.0000000	1.0072592

## 5 Resultados numéricos

Todos os resultados apresentados de seguida estão adimensionalizados, usando para escala de comprimento a altura da conduta de entrada ( $H$ ), para escala de velocidade a velocidade média na entrada do escoamento ( $u_i$ ) e para as tensões o valor da tensão de corte na parede à entrada do escoamento ( $\tau_{w0}$ ).

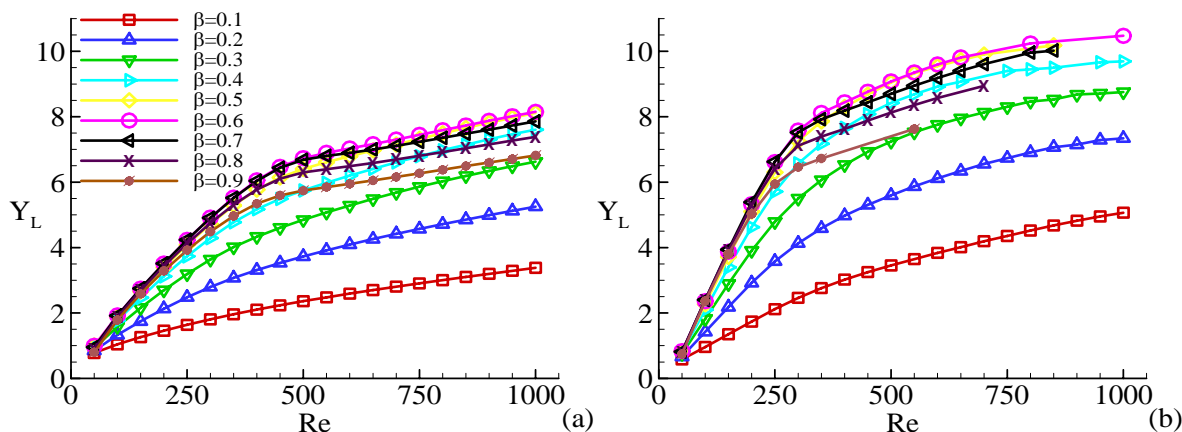
A figura 2 mostra as linhas de corrente obtidas das simulações com fluidos GNF, para  $Re = 50$  e  $Re = 500$  e para uma razão de caudal ( $\beta$ ) igual a 0.2.



**Fig.2.** Linhas de corrente obtidas para fluido GNF ( $\beta = 0.2$ ,  $Re = 50$  e  $Re = 500$ ).

Esta figura ilustra o aumento das zonas de recirculação com o aumento do número de Reynolds. Os valores máximos e mínimos da função de corrente representados nestas figuras ocorrem no seio das recirculações e representam as intensidades das recirculações, que também aumentam com o aumento do número de Reynolds. A variação destas características com a razão de caudais, número de Reynolds e com o tipo de fluido utilizado é feita de seguida para cada uma delas separadamente.

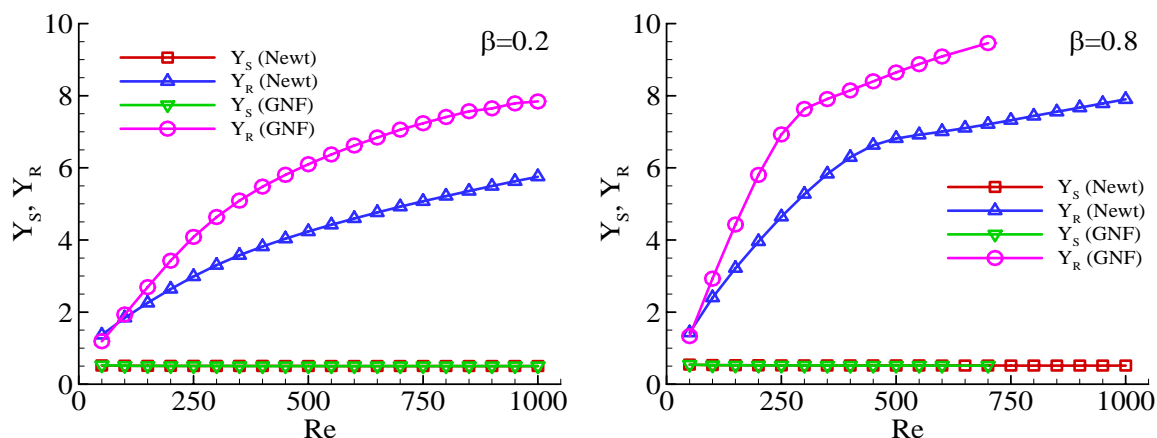
A figura 3 representa a variação do comprimento da recirculação vertical com a variação do número de Reynolds e da razão de caudais para fluidos newtonianos e GNF, obtidos através de um perfil de velocidades paralelo à parede vertical ( $X = -0.5$ ).



**Fig.3.** Variação do comprimento da recirculação vertical com  $Re$  e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

A figura 3 mostra que o comprimento da recirculação vertical aumenta com o aumento do número de Reynolds, quer para o caso newtoniano como para o caso GNF. No entanto para  $\beta \geq 0.5$  observa-se a existência de um valor de Re para o qual ocorre uma diminuição brusca da taxa de aumento do comprimento da recirculação vertical. Observa-se ainda que comprimento da recirculação vertical aumenta com o aumento da razão de caudais ( $\beta$ ) atingindo um máximo para ( $\beta = 0.6$ ), começando a diminuir posteriormente a partir deste valor para os dois tipos de fluidos utilizados. A existência da recirculação vertical é observada para qualquer valor do número de Reynolds e da razão de caudais considerados.

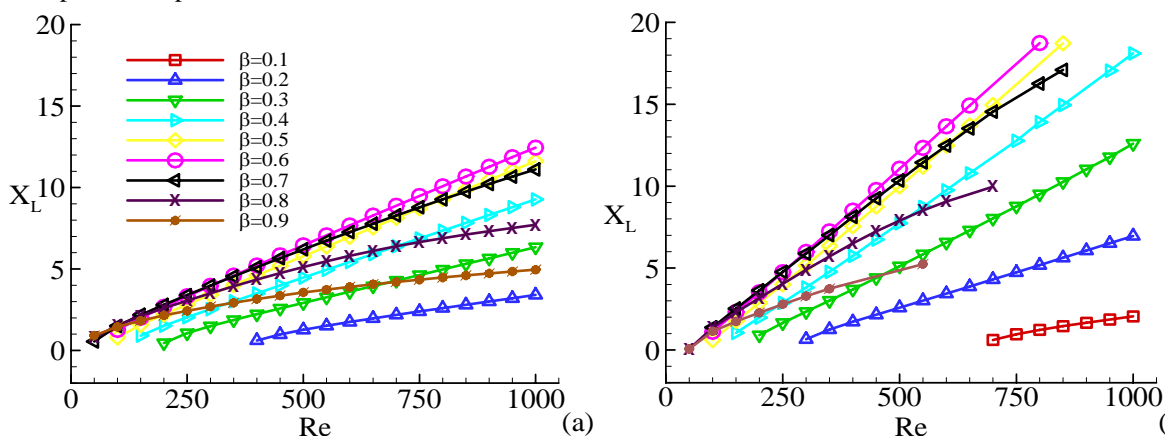
A figura 4, fornece a comparação dos resultados do caso newtoniano com o caso GNF, relativos à variação do ponto de início ( $Y_s$ ) e do ponto onde termina a recirculação vertical ( $Y_R$ ), com a variação do número de Reynolds, para duas razões de caudais,  $\beta = 0.2$  e  $\beta = 0.8$ .



**Fig.4.** Comparação da variação de ( $Y_s$ ) e ( $Y_R$ ) com Re para fluidos newtonianos e GNF ( $\beta = 0.2$  e  $\beta = 0.8$ ).

Pela análise da figura 4, constata-se que de uma forma geral os fluidos do tipo GNF apresentam comprimentos de recirculação superiores em relação ao caso newtoniano; as únicas excepções acontecem para os casos em que o número de Reynolds é muito baixo, devido ao facto de nestes casos a taxa de deformação ser muito baixa e o comportamento do fluido GNF ser idêntico ao do fluido newtoniano. Nos dois casos, a variação do ponto de início da recirculação ( $Y_s$ ) com o número de Reynolds não é significativa; por outro lado o ponto de recuperação do escoamento ( $Y_R$ ) é muito influenciado pela variação de Re, e pelo tipo de fluido utilizado, sendo responsável pelas diferenças registadas entre os dois tipos de fluidos e pela variação do comprimento da recirculação vertical com Re e  $\beta$ .

Na figura 5 é exibida a variação do comprimento da recirculação horizontal com a variação de Re e usando  $\beta$  como parâmetro para fluidos newtoniano e GNF.



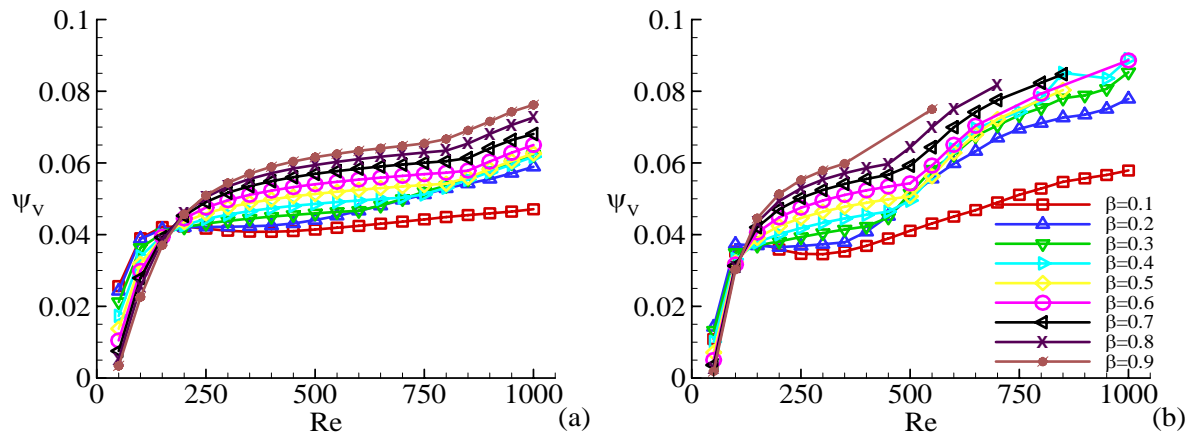
**Fig.5.** Variação do comprimento da recirculação horizontal com Re e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

Da figura 5 observa-se que o comprimento da recirculação horizontal aumenta com o número de Reynolds e de forma quase linear para  $\beta \leq 0.7$ , também é observado um aumento de  $X_L$  com o aumento da razão de caudais até se atingir um máximo para ( $\beta = 0.6$ ), começando a diminuir com o aumento de  $\beta$  a partir deste valor para ambos os fluidos utilizados. A existência da recirculação horizontal não foi sempre registada principalmente para

valores da razão de caudais e do número de Reynolds baixos, no entanto a recirculação horizontal ocorre para valores do número de Reynolds e da razão de caudais mais baixos no caso de fluidos do tipo GNF do que no caso newtoniano. De uma forma geral observa-se que os fluidos do tipo GNF apresentam comprimentos de recirculação superiores em relação ao caso newtoniano.

Da Fig. 5 constata-se ainda que os casos em que  $\beta$  está compreendido entre 0.4 e 0.7 são caracterizados por possuírem comprimentos de recirculação horizontal bastante elevados, existindo a possibilidade de termos parte da recirculação fora do domínio de cálculo da malha M2. Devido a este facto, foram repetidas as simulações para os casos em questão utilizando um domínio de cálculo com canais de saída mais longos, utilizando a malha M2N. Através dos cálculos efectuados, verificou-se que as duas malhas fornecem os mesmos resultados.

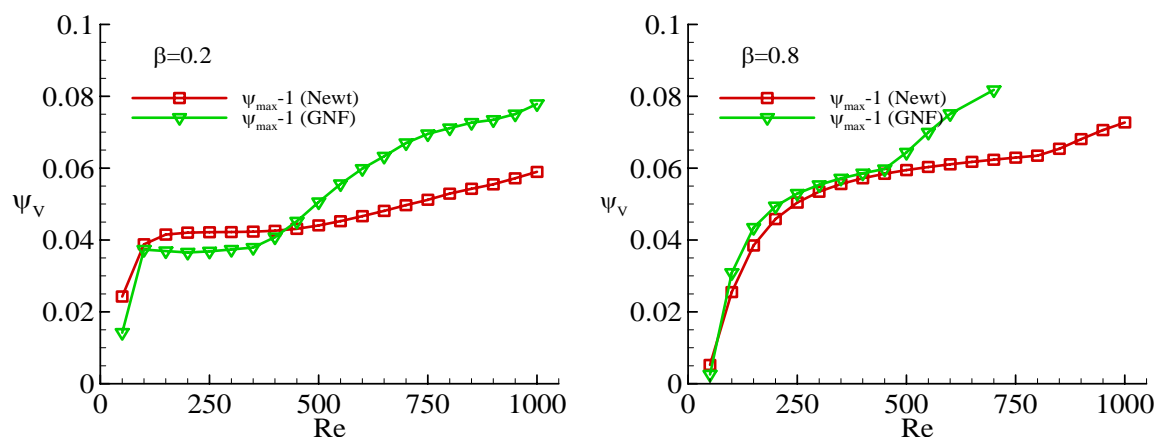
Passamos agora ao estudo das intensidades das recirculações. A figura 6 apresenta a variação da intensidade da recirculação vertical ( $\psi_v = \psi_{\max} - 1$ ) com a variação do número de Reynolds, para várias razões de caudal e para fluidos newtonianos e do tipo GNF.



**Fig.6.** Variação da intensidade da recirculação vertical com  $Re$  e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

A figura 6 mostra que a intensidade da recirculação vertical ( $\psi_v$ ) tende a aumentar com o aumento de  $Re$ . Para valores de  $Re$  inferiores a 180 no caso newtoniano e 130 no caso GNF,  $\psi_v$  diminui com o aumento de  $\beta$ , no entanto para valores de  $Re$  superiores aos descritos;  $\psi_v$  aumenta com o aumento de  $\beta$ .

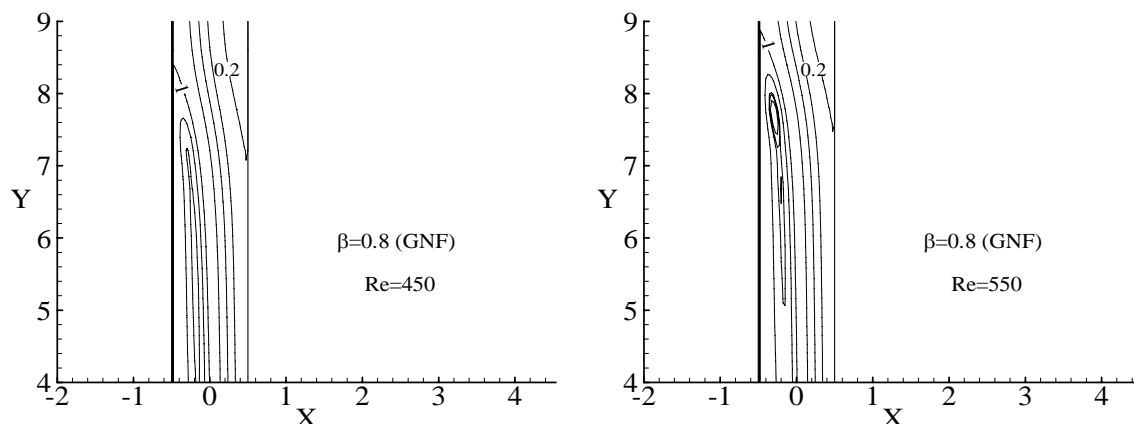
Na figura 7 é feita uma comparação da variação da intensidade da recirculação vertical com o número de Reynolds e com o tipo de fluido utilizado para diferentes valores da razão de caudais ( $\beta = 0.2$  e  $\beta = 0.8$ ).



**Fig.7.** Variação de  $\psi_v$  com  $Re$  para fluidos newtonianos e GNF ( $\beta = 0.2$  e  $\beta = 0.8$ ).

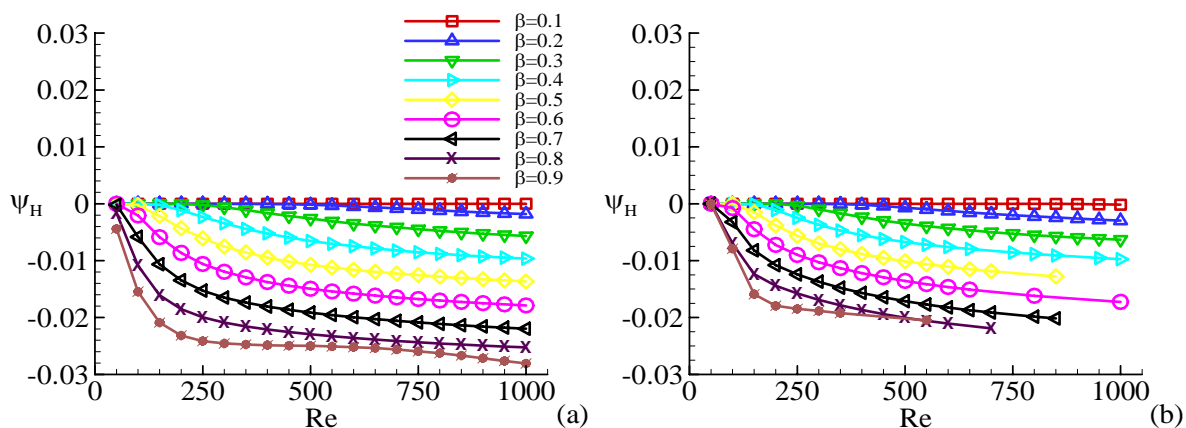
A figura 7 mostra que os resultados obtidos para a intensidade da recirculação vertical ( $\psi_v$ ) com fluidos newtonianos ou do tipo GNF, para valores de Reynolds inferiores a 450 são aproximadamente idênticos. Para todas as razões de caudais estudadas observa-se que, quando  $Re \geq 450$ , os fluidos do tipo GNF apresentam valores de  $\psi_v$  superiores em relação ao caso newtoniano. Este aumento deve-se o facto de que para  $Re = 450$ , existir uma alteração no comportamento da recirculação vertical. Esta alteração é exibida na figura 8 onde se pode observar que para  $Re \geq 450$  no caso do fluido GNF, ocorre uma divisão da recirculação vertical que origina duas novas recirculações mais pequenas no interior da recirculação principal. A intensidade de

recirculação nestas novas estruturas recirculatórias de pequena dimensão é significativa, o que explica a variação brusca existente na figura 7. No caso dos fluidos newtonianos o comportamento é semelhante mas ocorre para valores de  $Re$  mais elevados ( $Re = 800$  para  $\beta = 0.8$  por exemplo).



**Fig.8.** Variação do comportamento da recirculação vertical com  $Re$  para  $\beta = 0.8$  (fluido GNF).

A figura 9 mostra a variação da intensidade da recirculação horizontal ( $\psi_H = \psi_{\min}$ ) com a variação do número de Reynolds, para várias razões de caudal e para fluidos newtonianos e do tipo GNF.



**Fig.9.** Variação da intensidade da recirculação horizontal com  $Re$  e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

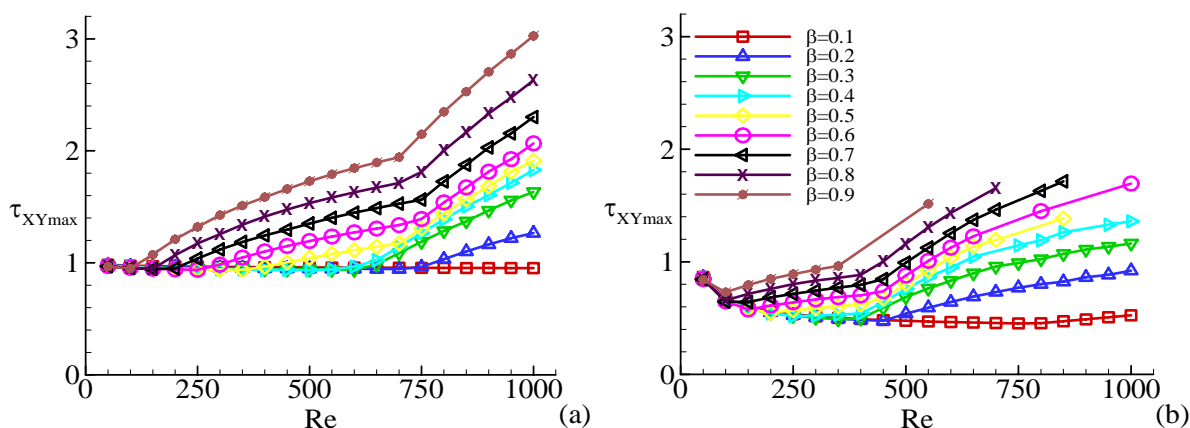
Da figura 9 observa-se que a intensidade da recirculação horizontal ( $\psi_H$ ) aumenta em módulo com o aumento do número de Reynolds e da razão de caudais ( $\beta$ ), tanto para fluidos newtonianos como GNF. A intensidade da recirculação horizontal ( $\psi_H$ ) apresenta valores negativos por a rotação se processar no sentido retrógrado.

Comparando as figuras 6 e 9 constata-se que a intensidade da recirculação vertical é sempre superior (em módulo) à intensidade da recirculação horizontal para qualquer número de Reynolds e razão de caudal utilizada.

Na figura 10 está representada a variação da tensão de corte máxima com o aumento do número de Reynolds, para várias razões de caudais e para fluidos newtonianos e do tipo GNF. A tensão de corte máxima registada no caso newtoniano é sempre superior à registada com fluidos do tipo GNF, o que é explicado pelo facto de o fluido GNF ser reofluidificante e possuir uma viscosidade menor. No caso newtoniano constata-se que a tensão de corte máxima aumenta com o aumento de  $Re$  e  $\beta$ . Para o caso de  $\beta = 0.1$ , a tensão de corte máxima  $\tau_{XY \max} \approx 1$ , e encontra-se localizada na parede horizontal inferior a montante à bifurcação. Para  $\beta = 0.2$  e  $0.3$  constatou-se que, para valores de Reynolds mais elevados, a tensão de corte máxima começa a aumentar de forma acentuada, existindo uma zona onde a variação no declive da curva  $\tau_{XY \max}$  muda bruscamente, esta alteração no declive está relacionada com deslocação do ponto onde se regista o valor da tensão de corte máxima, desde a parede horizontal inferior, como foi referido, para a parede vertical a montante. Nos restantes casos observa-se que a variação da tensão de corte máxima é caracterizada por possuir um novo declive, em relação aos casos anteriores. A nova variação no declive das curvas  $\tau_{XY \max}$  vs.  $Re$  também está associada a uma nova variação do ponto onde é registada a tensão de corte máxima, nestes casos a tensão de corte máxima desloca-se da parede



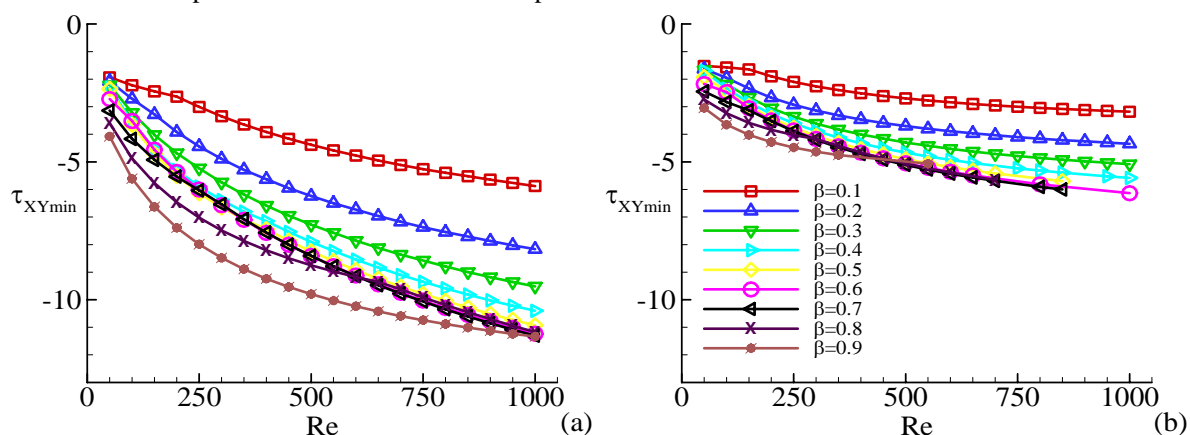
horizontal inferior para o centro do ramo secundário logo após a bifurcação, seguindo posteriormente para a parede vertical a montante.



**Fig.10.** Variação da tensão de corte máxima ( $\tau_{XYmax}$ ) com  $Re$  e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

No caso dos fluidos do tipo GNF constata-se que a variação da tensão de corte máxima aumenta com o aumento da razão de caudais, apresentando um comportamento distinto em relação à variação com o número de Reynolds, quando comparado com o caso newtoniano. De início, para baixos valores do número de Reynolds, regista-se uma diminuição do valor da tensão de corte máxima com o aumento de  $Re$ , seguido de um posterior aumento quando se regista a deslocação do ponto de tensão de corte máxima para o centro do ramo secundário logo após a bifurcação, e para a parede vertical a montante, tal como foi referido no caso newtoniano. A localização do ponto de tensão de corte máxima apresenta um comportamento semelhante ao descrito para o fluido newtoniano, à excepção do caso  $\beta = 0.1$  que regista já um deslocamento da tensão de corte máxima para a parede vertical a montante à bifurcação.

A figura 11 mostra a variação da tensão de corte mínima com a variação do número de Reynolds, para várias razões de caudal e para fluidos newtonianos e do tipo GNF.



**Fig.11.** Variação da tensão de corte mínima ( $\tau_{XYmin}$ ) com  $Re$  e  $\beta$  para fluidos newtonianos (a) e GNF (b).

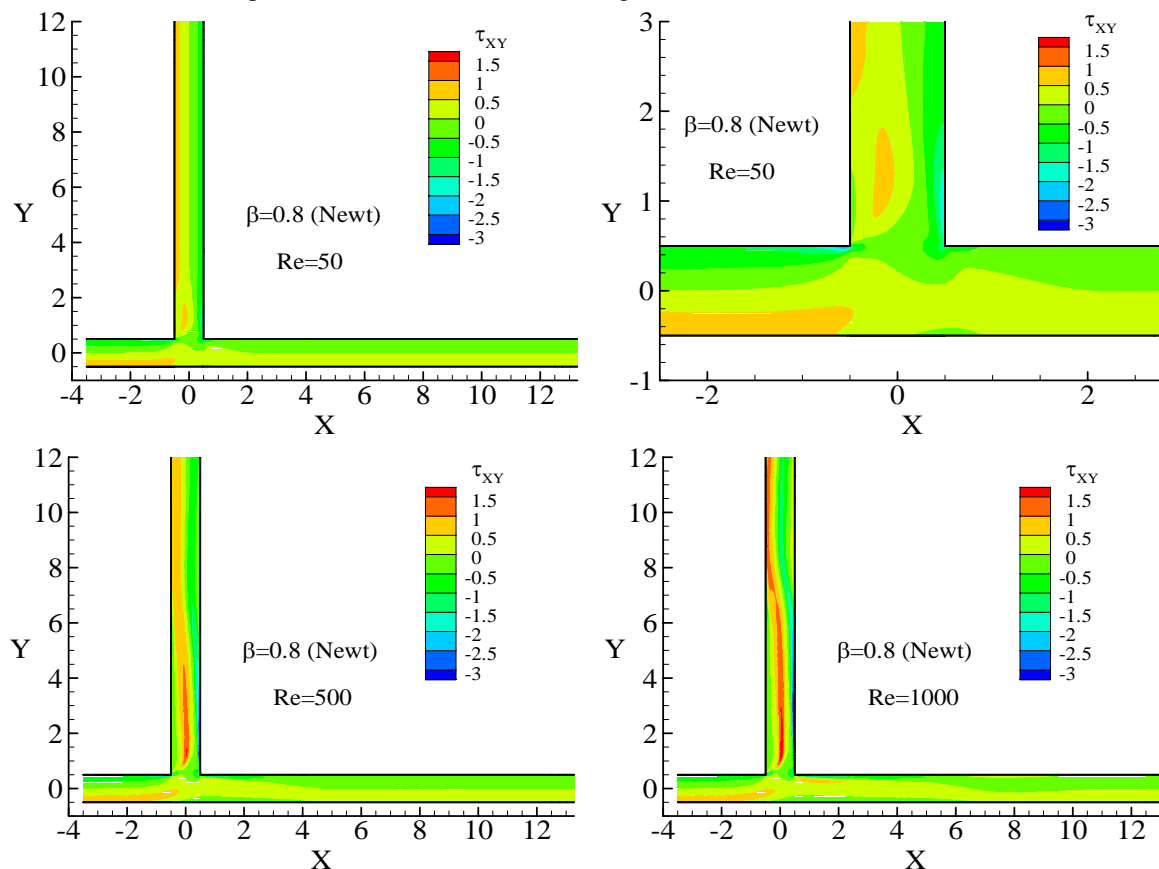
A tensão de corte mínima registada no caso newtoniano é superior em módulo em relação à registada com fluidos do tipo GNF; em ambos os casos esta tende a aumentar (em módulo) com o aumento de  $Re$  e com o aumento da razão de caudais. A tensão de corte mínima tem valores de maior magnitude em relação à tensão de corte máxima e encontra-se sempre localizada junto aos cantos reentrantes da bifurcação. Para  $\beta \geq 0.5$  constatou-se que existe uma transição da localização da tensão de corte mínima entre o canto re-entrante a montante à bifurcação para o canto re-entrante a jusante à bifurcação com o aumento de  $Re$ , enquanto que nos restantes casos se encontra sempre localizada no canto re-entrante posterior à bifurcação.

Na análise das figuras 10 e 11 foi descrita a variação da localização dos pontos onde a tensão de corte é máxima e mínima. De seguida na figura 12 é exibido o campo de tensões na zona da bifurcação, para valores crescentes do número de Reynolds com  $\beta = 0.8$  e utilizando fluidos newtonianos. Nestes gráficos é possível observar a variação da localização das tensões de corte máximas e mínimas com mais detalhe.

Observando a figura 12 é possível comprovar a trajectória dos pontos onde se localiza a tensão de corte máxima e mínima, tal como foi descrito anteriormente. Comprova-se também que as zonas onde estão localizadas as



recirculações são caracterizadas por possuírem tensões de corte baixas, enquanto os cantos reentrantes da bifurcação são os pontos onde as tensões de corte são máximas em módulo, atingindo valores máximos que são, cerca de 11 vezes superiores em relação à tensão de corte calculada na entrada do escoamento com fluidos newtoniano e 5 vezes superiores no caso do fluido GNF (fig. 11).



**Fig.12.** Variação da tensão de corte com Re na zona da bifurcação para fluidos newtonianos ( $\beta = 0.8$ ).

## 6 Conclusões

Os resultados obtidos neste estudo mostram que os comprimentos das recirculações horizontal e vertical aumentam com o aumento do número de Reynolds para fluidos newtonianos e GNF, no entanto o fluido GNF apresenta comprimentos de recirculação superiores em relação ao caso newtoniano. Ambas as recirculações aumentam de comprimento com o aumento da razão de caudais para  $\beta \leq 0.6$ , diminuindo a partir desse valor. No caso GNF existe uma quebra súbita da taxa de crescimento do tamanho da recirculação vertical, a partir de um certo valor de Re. Este facto poderá estar relacionado com o aparecimento e intensificação de uma outra recirculação na parede oposta do ramo secundário.

A intensidade das recirculações horizontal e vertical aumenta com o aumento do número de Reynolds para fluidos newtonianos e GNF, no entanto no caso da recirculação vertical é registado um aumento brusco que é relacionado com criação de duas pequenas recirculações no interior da recirculação principal. No caso da recirculação horizontal observou-se que a sua intensidade aumenta com o aumento da razão de caudais, enquanto que no caso da recirculação vertical existe uma diminuição da intensidade com o aumento da razão de caudais para baixos valores do número de Reynolds, seguido de um posterior aumento.

No caso Newtoniano foram observados maiores gradientes de tensão em relação ao caso GNF, na zona da bifurcação. Observou-se também que o ponto de tensão de corte máxima se desloca da parede horizontal inferior para o centro do ramo secundário logo após a bifurcação, e por fim para a parede vertical a montante à bifurcação com o aumento do número de Reynolds. A tensão de corte mínima localiza-se junto aos cantos re-entrantes da bifurcação, podendo em certos casos deslocar-se entre estes. Na zona das recirculações as tensões de corte registadas são muito baixas.

## Agradecimentos

H.M. Matos agradece o apoio financeiro concedido pela FCT através da Bolsa de Doutoramento SFRH/BD/18062/2004 e P.J. Oliveira agradece o apoio concedido pela FCT e FEDER ao abrigo do projecto POCI/EME/ 58657/2004.

## Referências

1. R.S. Salzar, M.J. Thubrikar e R.T. Eppink, Pressure-induced mechanical stress in the carotid artery bifurcation: a possible correlation to atherosclerosis, *J. Biomechanics*, 28(11) 1133-1340, 1995.
2. C.G. Caro, J.M. Fitz-Gerald e R.C. Schroter, Atheroma and arterial wall shear observation, Correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis, *Proc. Roy. Soc London Ser. B*, 177(1046) 109-133, 1971.
3. C.K. Zarins, D.P. Gieddens, B.K. Bharadaj, V.S. Sotturai, R.F. Mabon e S. Glagov, Carotid bifurcation atherosclerosis: quantitative correlation of plaque localization with flow velocity profiles and wall shear stress, *Circulation Res.*, 53(4) 502-514, 1983.
4. D.L. Fry, Certain histological and chemical responses of the vascular interface to acutely induced mechanical stress in the aorta of the dog, *Circulation Res.*, 24(1) 93-108, 1969.
5. E. Joris, T. Zand e G. Majno, Hydrodynamic injury of the endotelium in acute aortic stenosis, *Am. J. Pathol.*, 106 394-408, 1982.
6. A.I.G.P. Miranda, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, Simulação numérica do escoamento de um fluido newtoniano numa bifurcação com vista a aplicações hemodinâmicas. *VI Congresso nacional de mecânica aplicada e computacional*, Aveiro, 17-19 de Abril 2000.
7. R.G. Owens, A new microstructure-based constitutive model for human blood. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 140 57-70, 2006.
8. M. Anand e K.R. Rajagopal, A shear-thinning viscoelastic fluid model for describing the flow of blood, *International Journal of Cardiovascular Medicine and Science*, 4(2) 59-68, 2004.
9. A.I.G.P. Miranda, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, Steady and unsteady laminar flows of Newtonian and generalized Newtonian fluids in a planar T-junction, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, (em publicação), 2007.
10. H.M.H. Matos, M.A. Alves e P.J. Oliveira, Escoamento viscoelástico num “T” bidimensional. *CMNE CILANCE 2007*, Porto, 13 -15 de Junho 2007.
11. H.M.H. Matos, M.A. Alves e P.J. Oliveira, New formulation for stress calculation: Application to flow in a T-junction with viscoelastic fluids, *The Society of Rheology 79<sup>th</sup> Annual Meeting*, Salt Lake City (USA), 7-11 de Outubro 2007.
12. H.M.H. Matos, M.A. Alves e P.J. Oliveira, Escoamento Viscoelástico num “T” Bidimensional: Estudo da Variação da Elasticidade, *Engenharias'2007- Inovação e Desenvolvimento*, Covilhã (UBI) , 21-23 de Novembro 2007 .
13. R.B. Bird, R.C. Armstrong e O. Hassager, *Dynamics of Polymer Liquids*, (2end. Vol. 1), Wiley, New York, 1987.
14. R.K. Banerjee, Y.I. Cho e K.R. Kensey, A study of local hydrodynamics in a 90 branched vessel with extreme pulsatile flows. *Int. J. Comput. Fluid Dyn.* , 9(1) 23-42, 1997.
15. Y.I. Cho e K.R. Kensey, Effects of the non-Newtonian viscosity of blood on flows in a dissected arterial vessel: Part 1. Steady flows. *Biorheology*, 28 241-262, 1991.
16. S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *Hemisphere*, Washington DC, 1980.
17. P.J. Oliveira, Computer modelling of multidimensional multiphase flow and application to T- junctions, *Ph.D Thesis*, Imperial College, University of London, London, 1992.
18. C.M. Rhie e W.L. Chow, A numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA J.*, 21 1525-1532, 1983.
19. P.J. Oliveira, e F.T. Pinho, Numerical procedure for the computation of fluid flow with arbitrary stress-strain relationships. *Numerical Heat Transf. Part. B*, 35 295-315, 1999.
20. M.A. Alves, P.J. Oliveira e F.T. Pinho, A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 41(1) 47-75, 2003.