

VI Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional
Aveiro, 17 a 19 Abril de 2000

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO NEWTONIANO
NUMA BIFURCAÇÃO COM VISTA A APLICAÇÕES HEMODINÂMICAS**

A.I.G.P. Miranda¹, P.J. Oliveira² e F.T. Pinho³

RESUMO

Neste estudo faz-se a simulação numérica do escoamento dum fluido Newtoniano numa bifurcação, com a motivação última de melhorar os conhecimentos relativos aos efeitos das ramificações dos vasos do sistema circulatório na corrente sanguínea do corpo humano.

O primeiro objectivo deste estudo foi testar e validar o método numérico e, em seguida, quantificar a incerteza dos resultados previstos. Para isto foram comparados resultados obtidos com três esquemas de diferenças finitas - UDS, LUDS e CDS - em três malhas computacionais refinadas de forma consistente, numa geometria plana com uma bifurcação a 90 graus. Mostrou-se que a imprecisão dos resultados é inferior a 0.1% e que resultados de trabalhos anteriores, com malhas muito grosseiras e métodos de 1ª ordem, podem apresentar erros significativos

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo integra-se como etapa num trabalho mais global de modelação computacional do escoamento do sangue no sistema circulatório humano, com principal incidência nos fenómenos decorrentes da presença de bifurcações nos vasos sanguíneos. É sabido que junto dessas bifurcações, surgem zonas de recirculação do escoamento cuja localização e conhecimento é de capital importância no estudo do desempenho do sistema circulatório, nomeadamente no que diz respeito aos problemas de arteriosclerose e trombose. Nestas regiões, onde existe separação do escoamento, a tensão de corte nas paredes dos vasos sanguíneos é baixa, havendo a possibilidade de se formarem coágulos - através das plaquetas arrastadas, dos glóbulos vermelhos e dos lipóides - que resultam na formação de placas ateróticas e trombos. Por outro lado, nas regiões de grande tensão de corte pode ocorrer hemólise, com a indesejável libertação de hemoglobina na corrente sanguínea.

¹ Universidade da Beira Interior, Departamento de Matemática/Informática, 6200 Covilhã

² Universidade da Beira Interior, Departamento Engenharia Electromecânica, 6200 Covilhã

³ Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte, Fac. Eng. Universidade do Porto, 4050-123 Porto

Alguns trabalhos presentes na literatura [1-3] têm sido dirigidos para a compreensão dos mecanismos relacionados com a formação de placas ateróticas e trombos. O problema também tem sido objecto de investigação experimental e numérica [4-7]. Os estudos de Zarins et al. [8] e de Ku et al. [9] vieram confirmar as observações obtidas por Caro et al. [2], que apontam para uma maior propensão para o aparecimento de lesões ateroscleróticas em zonas de recirculação e baixa tensão de corte.

Perante a dificuldade em se obter resultados experimentais pormenorizados no sistema circulatório humano in loco, o objectivo final do trabalho em desenvolvimento é construir um modelo físico-matemático com implementação computacional que simule com suficiente precisão os referidos escoamentos, permitindo obter resultados que de outro modo seriam extremamente difíceis de avaliar.

Sistematizando o objectivo final em etapas, neste primeiro trabalho procurou-se estudar exaustivamente o comportamento do escoamento de um fluido junto de uma bifurcação bi-dimensional, com ênfase sobretudo na precisão dos resultados obtidos numericamente. Para isto, foi feito um estudo de refinamento de malha consistente, que permite quantificar a incerteza dos resultados por meio da técnica da extrapolação de Richardson, e foram ainda comparados três esquemas de discretização, com diferenças finitas, do termo não linear (termo convectivo) das equações de Navier-Stokes:

UDS (*Upwind Differencing Scheme*), método de montante de primeira ordem;

LUDS (*Linear Upwind Differencing Scheme*), método de montante de segunda ordem;

CDS (*Central Differencing Scheme*), diferenças centradas, de segunda ordem.

Para validação dos resultados foram utilizadas as medições experimentais de Liepsch et al. [10]. Estas medições que foram obtidas num escoamento laminar de água em regime permanente numa geometria com uma bifurcação de 90 graus, foram obtidas com anemometria laser-Doppler. As condições da experiência foram de modo a que os resultados obtidos pudessem corresponder aproximadamente a uma geometria plana-bidimensional.

Os resultados deste trabalho foram obtidos em computador, tendo para isso sido utilizado um programa de cálculo bastante genérico (Oliveira [11]), que resolve as equações de Navier-Stokes em conjunto com a equação da continuidade, utilizando o método dos volumes finitos para a discretização das equações e uma forma do algoritmo SIMPLEC [12] para acoplar a velocidade com a pressão. Apesar de o sangue apresentar em geral um comportamento não-Newtoniano, verifica-se que nos grandes vasos periféricos o seu comportamento pode ser modelado por um escoamento laminar e Newtoniano. Por esse motivo, para este estudo foi escolhido o modelo Newtoniano reservando-se a modelação não-Newtoniana para os próximos estudos.

2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E MÉTODO NUMÉRICO

Neste primeiro trabalho o fluido é considerado como Newtoniano incompressível, com massa específica ρ e viscosidade μ constantes, e o escoamento faz-se em regime laminar e estacionário. As equações diferenciais que governam os escoamento são as habituais, exprimindo o princípio da conservação da massa

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

e da quantidade de movimento,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$

e ainda a relação constitutiva para fluido Newtoniano

$$\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}$$

Nestas equações \mathbf{u} é o vector velocidade, p a pressão e $\boldsymbol{\tau}$ o tensor das tensões. As condições fronteira a aplicar serão: i) velocidade nula nas paredes; ii) escoamento completamente desenvolvido imposto na entrada, e gradiente axial de velocidade nulo nas saídas.

Estas equações às derivadas parciais dadas acima são transformadas em equações algébricas por meio do método dos volumes-finitos, sendo seguidamente resolvidas segundo uma metodologia já conhecida (ver [11]), pelo que só faremos aqui um breve resumo. O método numérico parte das equações diferenciais escritas em termos de coordenadas generalizadas, que são integradas numa malha de volumes finitos com arranjo “colocado” das variáveis (malhas não-desfasadas, em que todas as propriedades são localizadas no centro dos volumes de controlo). Os vários sistemas de equações algébricas resultantes, para as componentes da velocidade e pressão, são linearizados e resolvidos sequencialmente. Isto obriga a um método iterativo sendo que, no presente algoritmo, as iterações foram substituídas por avanços fictícios no tempo o que produz um efeito análogo ao de sub-relaxação. A inter-ligação entre o campo de pressão e de velocidade estabelece-se através de um processo de correcções sucessivas da pressão e das velocidades, de forma a ser garantida a conservação de massa [13]. O algoritmo aqui utilizado é uma forma particular do algoritmo SIMPLEC [12], preparado para o avanço no tempo e malhas não-desfasadas (Issa e Oliveira [14]). Os termos difusivos e de gradiente de pressão na equação de conservação da quantidade de movimento foram representados por diferenças centrais (segunda ordem), enquanto que para os termos convectivos foram testados os três esquemas de diferenças acima referidos: UDS, LUDS e CDS.

3. DOMÍNIO DE SOLUÇÃO E MALHAS NUMÉRICAS

A experiência de Liepsch et al. [10] foi realizada numa conduta com uma bifurcação de 90 graus e com uma secção de área constante e forma rectangular, com uma razão de lados de 8:1. As medições foram efectuadas num plano equidistante das paredes da conduta mais afastadas, para que se minimizasse o efeito das mesmas. Nestas condições procurou-se obter resultados experimentais representativos de um escoamento bi-dimensional numa geometria como a representada na Fig. 1 (Nota: as figuras foram rodadas de 90° estando a entrada na parte superior da Fig. 1).

Designando por Q_1 , Q_2 e Q_3 os caudais volúmicos de entrada, saída principal e secundária respectivamente, este trabalho foi realizado para as condições de $Q_3/Q_1=0.44$, sendo o número de Reynolds à entrada de $Re = 496$ (baseado na velocidade média à entrada, U_1 , e no diâmetro hidráulico, que para o caso 2D é igual a duas vezes a altura da conduta, $2H$, assim $Re \equiv \rho U_1 2H / \mu$). A imposição da relação de extracção, Q_3/Q_1 , constitui uma condição fronteira adicional para este tipo de escoamentos em bifurcações, necessária para garantir unicidade da solução das equações. O perfil da velocidade à entrada é parabólico, seguindo a forma teórica válida para escoamento completamente desenvolvido. Nas duas saídas o perfil de velocidade também tenderá para a forma parabólica desde que os comprimentos de desenvolvimento, L_2 e L_3 , sejam suficientemente longos. Uma primeira estimativa dos

comprimentos de conduta no ramo principal L_2 e secundário L_3 foi obtida da seguinte expressão dada por Shah e London [15]:

$$\frac{L}{2H} = \frac{0.315}{0.017 Re + 1} + 0.011 \times Re$$

Para as condições de escoamento definidas acima, obtemos valores de $L_2/H = 6.2$ no ramo de saída principal, e de $L_3/H = 4.9$ no ramo secundário. Um estudo preliminar revelou que comprimentos de $L_2 = 12H$ e $L_3 = 10H$, substancialmente acima dos valores obtidos com a expressão de Shah e London, são suficientes para garantir que a posição assumida pelos planos de saída não afecta os resultados. De facto, os perfis de velocidade previstos nas saídas ficam praticamente iguais aos perfis teóricos em escoamento completamente desenvolvido (embora o desenvolvimento completo também implique um gradiente axial de pressão constante e uniforme).

Com o objectivo de se proceder ao estudo do refinamento de malha efectuaram-se os cálculos com três malhas progressivamente refinadas, que por ordem crescente do refinamento passarão a ser designadas por malha 1, malha 2 e malha 3. A malha mais refinada foi obtida da anterior, duplicando o número de células nas duas direcções do plano. Nos três casos o espaçamento dos nós é mais apertado junto da bifurcação, alargando-se progressivamente (em progressão geométrica) à medida que se caminha para a entrada ou para as saídas da junção. Os factores de progressão geométrica (f_x e f_y) usados para concentrar a malha junto à zona da bifurcação são obtidos numa malha mais fina como a raiz quadrada dos correspondentes factores na malha mais grosseira, de forma a que o refinamento permita aplicação consistente da técnica de extrapolação de Richardson (ver Ferziger e Peric [16]).

As três malhas utilizadas, de tipo semi-estruturado adequado a um domínio não-rectangular, como é o caso da bifurcação em T, foram geradas com o processo algébrico descrito em [11]. Para isto o domínio é dividido em 4 blocos geradores de malha, correspondendo o bloco-1 ao troço de entrada de comprimento $L_1 = 3H$; o bloco-2 é o quadrado situado na zona da junção; o bloco-3 é o canal de saída ao longo do ramo principal de comprimento $L_2 = 12H$; e o bloco-4 é o canal de saída ao longo do ramo secundário com $L_3 = 10H$. A concentração de volumes de controlo junto da junção faz-se com um factor de concentração f_{x1} no bloco-1, um factor de expansão f_{x2} no bloco-3, e um outro factor de expansão f_y ao longo do bloco-4. O sistema de coordenadas tem origem no ponto central do bloco-2, com o eixo dos x ao longo do canal principal e o eixo dos y ao longo do canal secundário. Desta forma $x/H = -3.5$ corresponde à secção de entrada (secção-1), $x/H = 12.5$ à saída principal (secção-2) e $y/H = 10.5$ à saída secundária (secção-3). A repartição dos volumes de controlo na direcção transversal ao escoamento é uniforme, com N volumes de controlo. As características das malhas estão resumidas na Tabela-1, onde NC é o número total de volumes de controlo (dentro do domínio) e $(\delta x)_{min}$ é o espaçamento mínimo dos VCs junto à junção. A Fig. 1 mostra uma zona da malha média (malha-2) junto à junção (x/H de -1.5 a $+4.5$, y/H de -0.5 a $+4.5$); esta mesma zona é usada na apresentação dos gráficos de resultados em figuras seguintes.

Cálculos preliminares [17] para um número de Reynolds de $Re = 2 \times 496 = 992$ mostraram que os resultados numéricos são muito sensíveis ao refinamento de malha, mesmo para as malhas bastante finas então utilizadas, sobretudo quando se utiliza o esquema *upwind* (UDS) na discretização dos termos convectivos. O facto de se ter aí usado um valor de Re igual ao dobro do presente Re , teve a ver com a indefinição desse parâmetro no trabalho experimental original [10]. Essa indefinição tem-se mantido em vários outros estudos entretanto publicados (Tabela 2), em que se utilizaram os mesmos dados experimentais, cada autor

utilizando definições diferentes para Re e aumentando assim a incerteza quanto ao valor correcto a usar nos cálculos (Ref. [18], $Re \equiv U_{1max}H/\nu$; [19], $Re \equiv U_1 2H/\nu$; [20], $Re \equiv U_1 H/\nu$; [21], $Re \equiv U_1 D_H/\nu$, com $D_H = 2H/(1 + 1/8)$; [22], não definem Re ; [23] $Re \equiv U_1 H/\nu$; [24], $Re \equiv U_1 2H/\nu$).

Tabela 1 Características das malhas computacionais

Malhas	NC	N	f_{x1}	f_{x2}	f_y	$\delta x/H_{min}$
malha-1	2800	20	0.9074	1.05385	1.04827	0.05
malha-2	11200	40	0.9526	1.02657	1.02385	0.025
malha-3	44800	80	0.9760	1.01320	1.01185	0.0125

Tabela 2. Estudos Relacionados

Autores	método	esq. diferenças	malha	NC	N	δx_{min}
Vlachos [18]	FVM, 2D	híbrido	44×34	≈ 992	16	0.0625
Liepsch et al [10]	exp. e num.	híbrido	44×34	≈ 992	16	0.0625
Khodadadi et al [19]	FVM, 2D	híbrido	60×60	-	-	-
Khodadadi et al [20]	FVM, 2D	híbrido	36×35	≈ 880	≈ 16	0.0625
Hayes et al. [21]	FEM, 2D	u-quad, p-linear	triângulos	1470	7	0.14
Collins e Xu [22]	FVM,2D e 3D	<i>vector upwind</i>		840	10	0.1
Neary e Sotiropoulos [24]	FVM, 2D e 3D	LUDS (?)	101×81	3200	20	0.02
presente	FVM, 2D	CDS	360×280	44800	80	0.0125

NC: número de VCs; N: número de VCs na direcção transversal das condutas

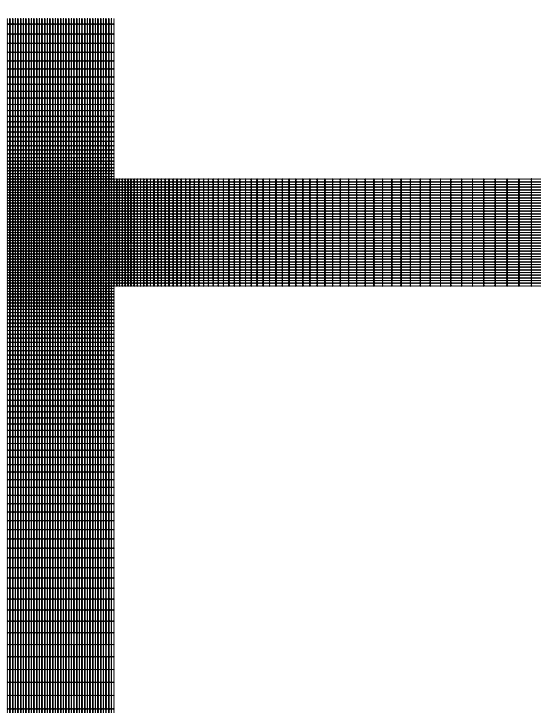


Fig. 1 Domínio computacional e malha.
(malha 2)

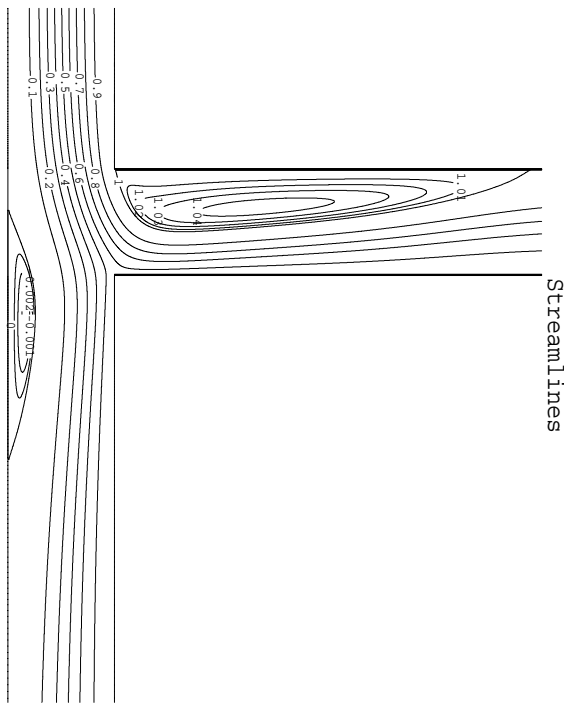


Fig. 2 Linhas de corrente para $Re = 496$ e $Q_3/Q_1 = 0.44$ (CDS, malha 3)

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Caracterização do Escoamento

Na Fig. 2 são apresentadas as linhas de corrente do escoamento, normalizadas com o caudal à entrada. A linha com o valor 0.56 separa a parte do fluido que é extraída pelo ramo secundário (uma vez que $Q_3/Q_1 = 0.44$). Aparecem duas bolhas de recirculação: uma junto à parede lateral exterior da conduta principal ($y = -0.5H$), devido ao descolamento do fluido mais lento, junto à parede, induzido pelo gradiente de pressões adverso resultante da extracção imposta; e a outra no ramo secundário, junto à parede a montante ($x = -0.5H$). O comprimento destas zonas é de aproximadamente $X_R \equiv x_R/H = 2.3$ e $Y_R \equiv y_R/H = 3.9$, iniciando-se a primeira quase na linha média do canal secundário ($x = 0$) e a segunda no canto a montante da bifurcação. O canto a jusante ($x = y = +0.5H$) corresponde a um ponto de estagnação, com pressões e tensões de corte elevadas, sendo o escoamento acelerado nas duas regiões a jusante desse ponto.

4.2 Refinamento de Malha e Validação

São apresentados perfis de velocidade previstos com as 3 malhas, com os 3 esquemas de discretização, e em 2 localizações típicas dentro das zonas de recirculação, onde maiores discrepâncias são de esperar.

Na Fig. 3a, com o esquema UDS, observam-se diferenças significativas entre as previsões nas 3 malhas, sendo as diferenças maiores nos perfis dentro do canal secundário. Quando o esquema de discretização é de segunda ordem, nomeadamente o CDS, cujas previsões são dadas na Fig. 3b, as diferenças são muito pequenas, estando os resultados das malhas 2 e 3 praticamente sobrepostos, demonstrando convergência com o refinamento de malha. A concordância com os dados experimentais, representados por círculos nas figuras, é bastante boa com o esquema CDS.

Nos resultados numéricos da literatura, em que se usaram malhas muito mais grosseiras do que neste caso (ver Tabela 2), é de esperar erros substanciais, sobretudo nos perfis de velocidade dentro do ramo secundário. Como foi já mencionado acima, a imprecisão na definição do número de Reynolds levou a que, num relatório anterior [17], se tivesse usado um Re igual ao dobro do aqui considerado, isto é $Re = 992$. Tem algum interesse observar os perfis de velocidade previstos para este caso, na estação $y = 6.2H$, no ramo secundário (Fig. 4). Observa-se que as previsões com CDS, as mais correctas, mostram estar o perfil ainda dentro da zona de recirculação, enquanto que o UDS prevê já um perfil perto do completamente desenvolvido. Esta discrepância entre os resultados dos dois esquemas seria de esperar, dada a difusão numérica inerente ao esquema UDS, apesar das malhas muito finas aqui usadas. Maior difusão numérica induz uma zona de recirculação menor. O que não seria de esperar e que a Fig. 4 mostra, é que, por pura coincidência, os resultados do UDS estão mais próximos dos experimentais do que as previsões correctas. Este tipo de coincidência puramente casual pode eventualmente ser a razão para a aparente concordância entre previsões/medições presente nos estudos anteriores constantes na Tabela 2, quando as malhas usadas são claramente insuficientes para resolver o escoamento, e os esquemas de diferenças são do tipo *upwind* (como é o caso do esquema híbrido) com elevada difusão numérica.

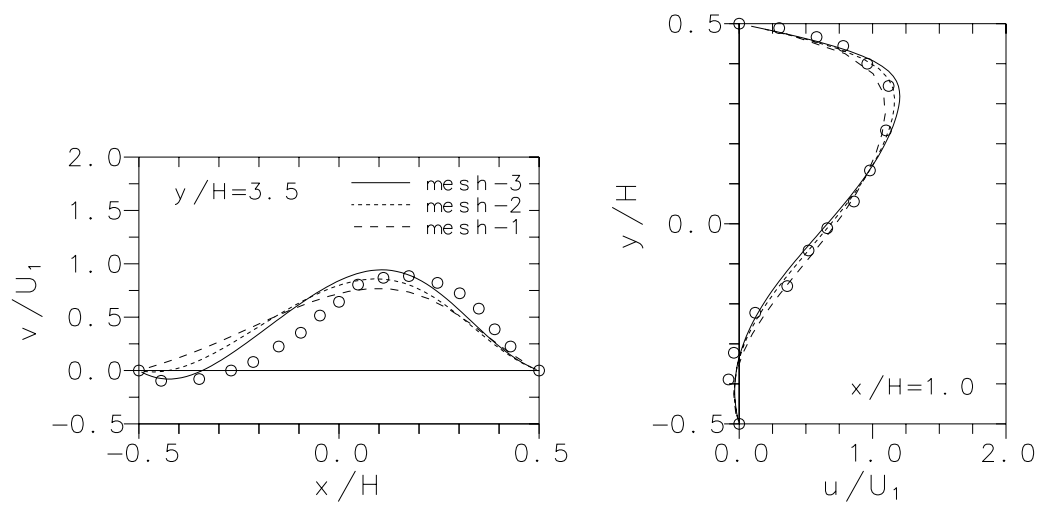


Fig. 3a Efeito do refinamento de malha nas previsões com o esquema UDS.

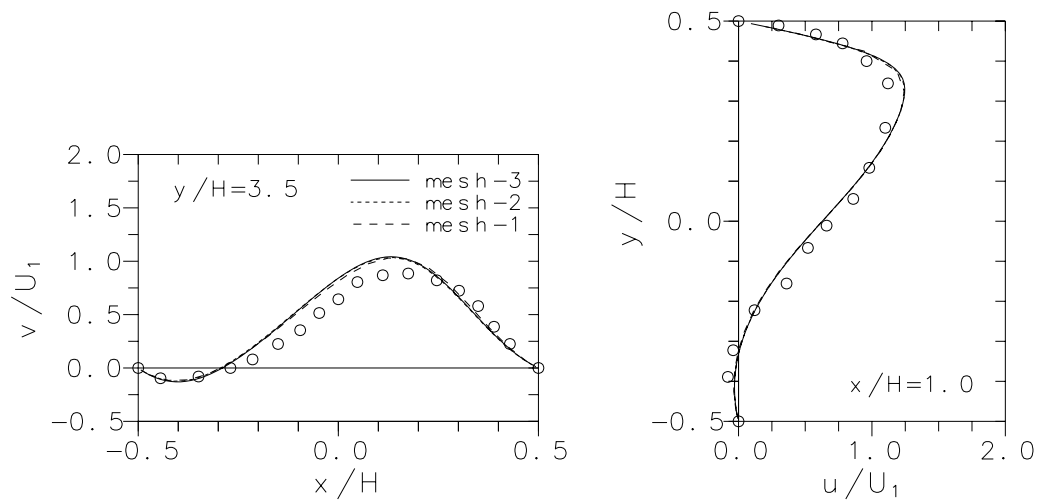
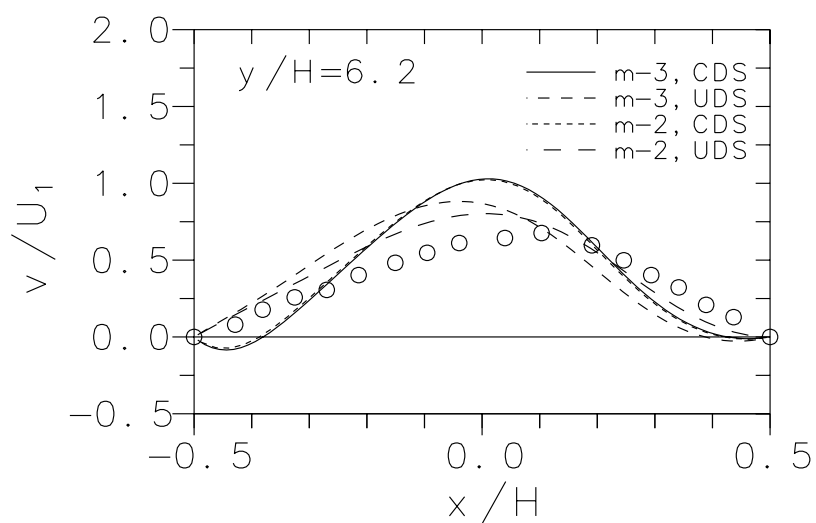


Fig. 3b Efeito do refinamento de malha nas previsões com o esquema CDS.

Fig. 4 Previsões das velocidades em $y/H = 6.2$ para $Re = 992$ (malhas 2 e 3; UDS e CDS)

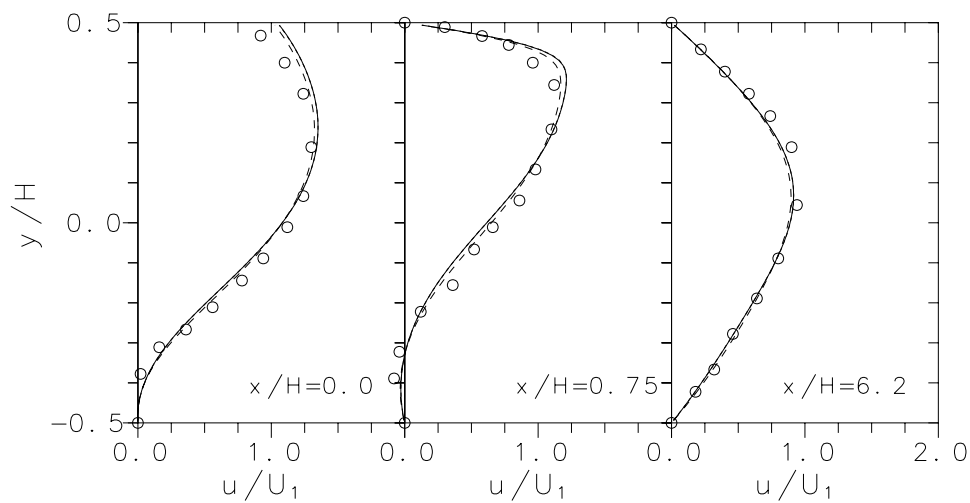


Fig. 5a Efeito de esquema de diferenças nas previsões das velocidades no ramo principal (malha 3; CDS linha cheia; LUDS tracejado fino; UDS tracejado médio)

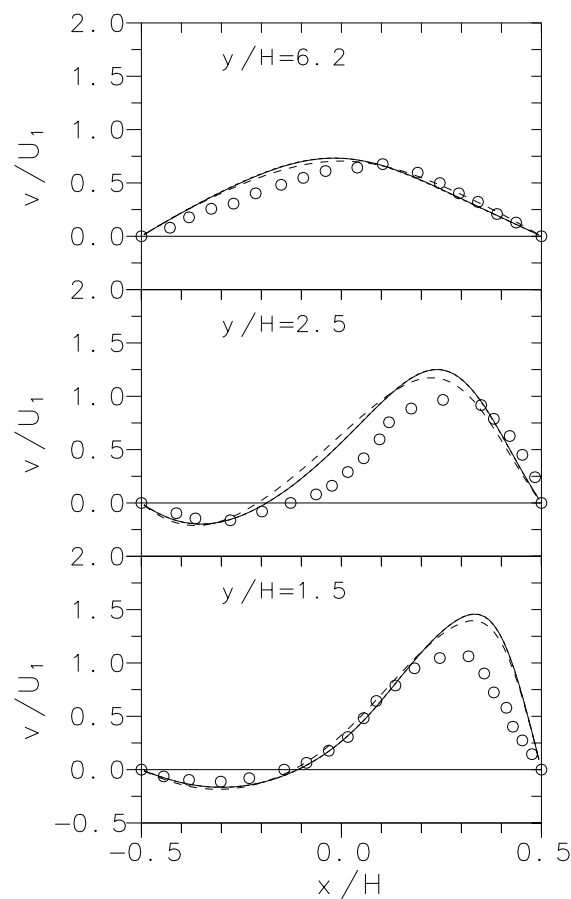


Fig. 5b Efeito de esquema de diferenças nas previsões das velocidades no ramo secundário

4.3 Efeito dos Esquemas de Diferenças e Validação

Algumas comparações foram feitas já no parágrafo anterior. São apresentados agora na Fig. 5a mais três perfis de velocidade em estações ao longo do canal principal e três outros, na Fig. 5b, em estações ao longo do canal secundário. Estas previsões foram feitas na malha mais fina, malha 3, e as curvas a cheio foram obtidas com CDS, a tracejado fino com LUDS e tracejado

médio com UDS. Os resultados com CDS e LUDS estão praticamente sobrepostos e não se conseguem distinguir na Fig. 5. As previsões com UDS ainda diferem das obtidas com CDS, embora não muito nesta malha mais fina, sendo as diferenças maiores na conduta secundária junto à bifurcação (perfis em $y = 1.5$ e $2.5H$). A comparação com os dados experimentais é boa, sendo menos boa nessa zona que se acabou de referir. As diferenças terão de ser imputadas a um efeito 3-D, mesmo considerando que a conduta usada nas experiências tem uma razão de lados de 8:1. Efeitos de tri-dimensionalidade do escoamento são importantes junto à junção quando Q_3/Q_1 e Re são elevados, como foi demonstrado por Oliveira [11] para o regime turbulento e, mais tarde, por Neary e Sotiropoulos [24] em regime laminar e para a conduta aqui considerada.

Os resultados para o comprimento das zonas de recirculação obtidos com as 3 malhas, e com os esquemas CDS e UDS, são dados na Tabela 3. A aplicação da extrapolação de Richardson [16] permite obter valores muito precisos para o valor final dessas quantidades, sendo de ordem 6 em δx (ou δy) para o CDS. A imprecisão dos resultados da malha 3 é estimada em 0.1% com CDS, mas sobe para 8.9% com UDS. É de notar que na malha média (malha 2) a imprecisão do valor mais crítico, o comprimento de recirculação na ramificação Y_R , é de 19% com o UDS, sendo somente de 0.2% com CDS. A ordem do método é dada por 1.9 ou 2.3 com CDS, obtida respectivamente de X_R e Y_R , estando muito próxima do valor teórico 2. Para o UDS a ordem estimada é de 0.7, obtida dos valores de Y_R , sendo assim menor do que o valor 1 válido para um esquema de 1ª ordem.

Tabela 3. Comprimentos de recirculação previstos e extrapolados

	CDS	CDS	UDS	UDS
Malha	X_R	Y_R	X_R	Y_R
malha 1	2.3755	3.8471	1.9995	2.5976
malha 2	2.3417	3.8810	2.1852	3.1506
malha 3	2.3324	3.8878	2.2661	3.4910
extrapol.	2.3292	3.8899	2.3470	3.8310
erro* [%]	0.1	0.05	3.4	8.9

* na malha 3, relativamente à extrapolação

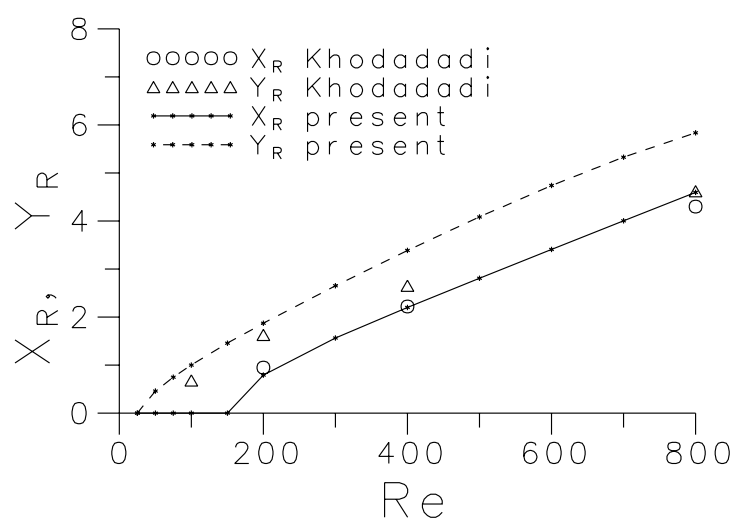


Fig. 6 Comparação dos comprimentos de recirculação com as previsões de [19].

Como dito acima, as previsões publicadas na literatura, em que são usadas malhas grosseiras e esquemas de diferenças de 1ª ordem sujeitos a difusão numérica, devem apresentar um considerável grau de imprecisão. Isto é patente na Fig. 6, onde os comprimentos de recirculação X_R e Y_R aqui obtidos com CDS e na malha 2, para vários valores de Re e para $Q_3/Q_1 = 0.5$, são comparados com os resultados numéricos de Khodadadi et al [19]. É notório que os comprimentos X_R da bolha no canal principal, onde o escoamento está alinhado com a malha e é menos afectado pela difusão numérica, estão mais concordantes mas o Y_R de [19] desvia-se consideravelmente dos valores aqui obtidos à medida que Re aumenta.

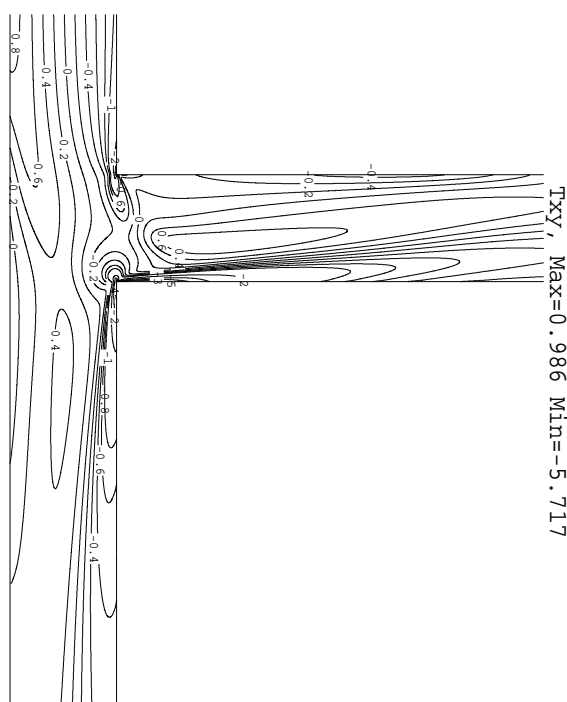


Fig. 7 Isolinas de tensões de corte (CDS, malha 3)

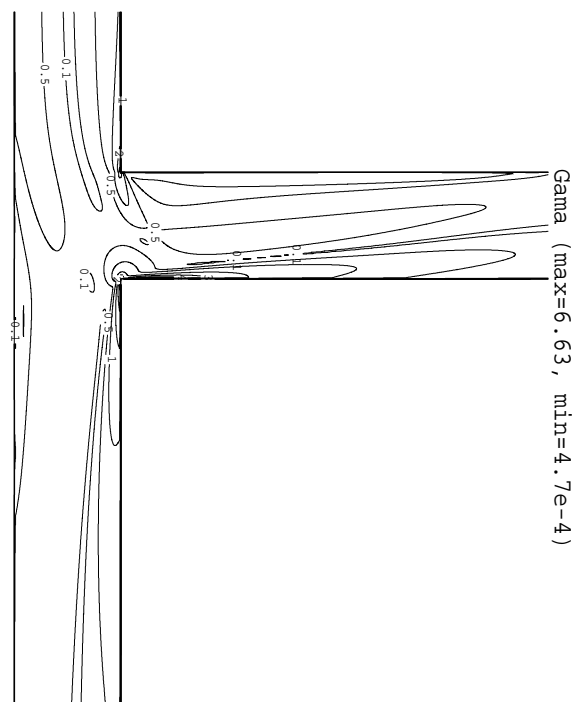


Fig. 8 Isolinas da taxa de deformação (CDS, malha 3)

4.4 Campo de Tensão de Corte

Isolinas do campo de tensões de corte são apresentadas na Fig. 7. Os valores foram adimensionalizados com o valor teórico da tensão de corte na parede, à entrada do domínio: $T_{xy} = \tau_{xy}/\tau_w$ com $\tau_w = 6\mu U_1/H$. Observe-se a concentração de tensões (em termos absolutos) em torno dos cantos na entrada da ramificação, e particularmente ao longo das paredes adjacentes ao canto a jusante. Pelo contrário, as zonas de recirculação têm baixos valores de tensão de corte, confirmando serem zonas mais propícias ao aparecimento de doenças vasculares.

Correlacionado com o mapa de T_{xy} está o das isolinas da taxa de deformação γ apresentado na Fig. 8, onde os valores numéricos estão normalizados com $6U_1/H$. O interesse deste gráfico tem a ver com a consideração do sangue como fluido não-Newtoniano, com uma viscosidade a diminuir à medida que γ aumenta (fluido pseudoplástico). Junto ao canto a jusante, os elevados valores de γ irão provocar um aumento não-proporcional das velocidades devido à diminuição da viscosidade, enquanto que nas zonas de recirculação a viscosidade mais

elevada provocará maior estagnação. Estes dois efeitos serão de molde a aumentar os riscos de doença coronária no caso concreto num ser humano.

5. CONCLUSÕES

Os escoamentos de fluidos em bifurcações apresentam zonas de recirculação onde as velocidades são baixas. Para o caso do escoamento do sangue nas bifurcações do sistema circulatório, estas zonas oferecem condições para a formação de coágulos e trombos que são responsáveis pelos problemas de arteriosclerose e trombose.

O cálculo numérico pode contribuir para melhorar os conhecimentos relativos aos problemas cardiovasculares. Foi com este intuito que se realizou o presente trabalho, no qual um método numérico de volumes finitos de índole suficientemente genérica para poder ser aplicado a problemas em geometria complexa, foi testado e aplicado ao caso do escoamento laminar através de uma bifurcação em T. Os resultados obtidos foram comparados com medições da literatura e foi conseguida boa concordância, excepto pontualmente, de forma que se pode considerar que o modelo numérico é válido como método de previsão. Para ajuizar o efeito dos erros de truncatura e tentar melhorar as discrepâncias pontuais, foi feito um estudo de refinamento de malha e foram estudados três esquemas numéricos de discretização. Pôde concluir-se que o esquema de diferenças centrais não apresentou problemas de estabilidade numérica, e que a variação dos resultados nas malhas mais finas é pequena, tendo sido quantificada uma imprecisão inferior a 0.1% na malha fina. Para o caso do esquema de diferenças *upwind*, de primeira ordem, os resultados não podem ainda ser considerados como independentes das malhas e a imprecisão sobe para 9% na malha fina e 19% na malha média. Quando o método *upwind* (ou híbrido) é usado em malhas médias ou grosseiras, o efeito da difusão numérica origina uma zona de recirculação mais curta na ramificação. Acontece que, por coincidência, os perfis de velocidade ficam então mais concordantes com as medições.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela Fundação para as Ciências e Tecnologia, FCT, através do Projecto PBIC/C/QUI/1980/95, a quem se agradece o apoio prestado.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bergent, N. e Born, G.V.R. (1970), Growth rate in vivo of platelet thrombi produced by iontophoresis of ADP as a function of mean blood flow velocity, *Nature* 227, 926-930
- [2] Caro, C. G. , Fitz-Gerald, J. M. e Schroter, R.C., (1971), Atheroma and arterial wall shear, *Proc. Roy. Soc. London B*, Vol. 177, pp. 109-159.
- [3] Rodkiewicz, C. M. (1975), Localisation of early atherosclerotic lesions in the aortic arch in the light of fluid flow, *J. Biomechanics* 8, 149-156.
- [4] Lynn, N. S. , Fox, V. G. e Ross, L. W. (1972), Computation of fluid-dynamical contribution to atherosclerosis at arterial bifurcations, *Biorheology* 9, 61-66.
- [5] Cheng, L.C., Clark, M. E. e Robertson, J. M. (1972), Numerical calculations of oscillating flow in the vicinity of square wall obstacles in plane conduits, *J. Biomechanics* 5, 467-484.
- [6] Liou, R.J. , Clark, M.E. , Robertson, J.M. e Cheng, L.C. (1980), The dynamics of unsteady bifurcation flows, *Biofluid Mechanics*, 2, 457-474.

- [7] O' Brien, V. , Ehrlich, L. W. e Friedman, M. H. (1976), Unsteady flow in a branch, *J. Fluid Mech.* 75, 315-336.
- [8] Zarins, C.K., Giddens, D.P., Bharadvaj, B.K., Sottiurai, V.S., Mabon, R.F. e Glagov S. (1983), Carotid bifurcation atherosclerosis: Quantitative correlation of plaque localization with flow velocity profiles and wall shear stress, *Circulation Res.*, 53, pp.502-514.
- [9] Ku, D.N., Giddens, D.P., Phillips, D.J., e Strandness, D.E. (1985), Hemodynamics of the normal human carotid bifurcation: in vitro and in vivo studies, *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol. 14, pp. 13-26.
- [10] Liepsch, D., Moravec, S., Rastogi, A.K. e Vlachos, N.S., (1982), Measurement and calculations of laminar flow in a ninety degree bifurcation, *J. Biomechanics*, 15, 473-485.
- [11] Oliveira, P.J. (1992), Computer modelling of multidimensional multiphase flow and application to T-junctions, Ph.D Thesis, Imperial College, University of London.
- [12] Van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D. (1984), Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transf.*, 7, 147-163.
- [13] Patankar, S.V. (1980), Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation.
- [14] Issa, R.I. e Oliveira, P.J. (1994), Numerical prediction of phase separation in two-phase flow trough T-junctions, *Computers & Fluids*, 23, 347-372.
- [15] Shah, R. K. e London, A. L. (1968), Laminar flow forced convection in ducts, Academic Press, New York.
- [16] Ferziger J.H. e Peric, M. (1996), Further discussion of numerical errors in CFD, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 23, pp. 1263-1274.
- [17] Miranda, A.I.G.P., Oliveira P.J. e Pinho F.T. (1997) Simulação numérica do escoamento dum fluido Newtoniano numa bifurcação. Rel. Projecto PBIC/1980.
- [18] Vlachos, N.S., (1978) Laminar flow through a plane 90° bifurcation, Imperial College, Mech. Eng. Report FS/78/30.
- [19] Khodadadi J.M., Nguyen, T.M. e Vlachos, N.S. (1986), Laminar forced convective heat transfer in a two-dimensional 90° bifurcation, *Numerical Heat Transf.*, 9, pp. 677-695.
- [20] Khodadadi J.M., Vlachos, N.S., Liepsch D., e Moravec, S. (1988), LDA measurements and numerical prediction of pulsatile laminar flow in a plane 90-degree bifurcation, *J. Biomechanical Engng.*, 110, pp. 129-136.
- [21] Hayes R.E., Nandakumar, K., e Nasr-El-Din, H. (1989), Steady laminar flow in a 90 degree planar branch, *Computers & Fluids*, 17, pp. 537-553.
- [22] Collins, M.W. e Xu, X.Y., (1990), A predictive scheme for flow in arterial bifurcations: Comparison with laboratory measurements, *Biomech. Transp. Proc.*, Plenum Press, N. Y. pp. 125-133.
- [23] Khodadadi J.M. (1991), Wall pressure and shear stress variations in a 90-deg bifurcation during pulsatile laminar flow, *J. Fluids Engng.*, 113, pp. 111-115.
- [24] Neary V.S. e Sotiropoulos F. (1996) Numerical investigation of laminar flows through 90-degree diversion of rectangular cross-sections. *Computers & Fluids*, 25, pp.95-118.