

Transmissão de Calor – Radiação

P.J. Oliveira

Departamento Engenharia Electromecânica, UBI,

Dezembro 2014

A radiação, no contexto da transmissão de calor, consiste no transporte de energia por meio de ondas electromagnéticas. As ondas electromagnéticas propagam-se no vazio à velocidade da luz ($c = 2.998 \times 10^8$ m/s) e, assim, a radiação, ao contrário da condução e da convecção, não necessita de um meio material para que a transferência de energia se efectue. Como exemplo, uma pequena parte da energia emitida pelo Sol é transferida por radiação para a Terra, depois de percorrer cerca de 150 milhões de km de espaço vazio (o fluxo de irradiação solar na zona exterior da atmosfera é designado por constante solar: $G_s = 1350$ W/m²). A radiação térmica corresponde à radiação electromagnética emitida por um corpo como resultado da sua temperatura.

Lei de Stefan-Boltzmann, dá o fluxo radiante total emitido por um corpo ideal, designado por corpo negro, que absorve toda a radiação incidente e emite o máximo de radiação possível (índice b para “*black-body*”, corpo negro):

$$E_b = \sigma T^4$$

em que:

E_b - poder emissivo do corpo negro [W/m²];

σ - constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ [W/(m² K⁴)];

T - temperatura absoluta do corpo emissor [K].

Poder emissivo espectral do corpo negro no vazio, radiação emitida por unidade de tempo, de área e de comprimento de onda, em torno do comprimento de onda λ [μ m]

(Nota: $1 \mu\text{m} = 10^{-6}$ m), é dado pela lei da distribuição de Planck:

$$E_{b\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \quad [\text{W}/(\text{m}^2 \mu\text{m})]$$

As duas constantes são:

$$C_1 = 2\pi h c^2 = 3.742 \times 10^8 \quad [\text{W } \mu\text{m}^4/\text{m}^2]$$

$$C_2 = hc / k = 1.439 \times 10^4 \quad [\text{K } \mu\text{m}].$$

em que c é a velocidade da luz no vazio, $h = 6.625 \times 10^{-34}$ [J s] é a constante de Planck e $k = 1.381 \times 10^{-23}$ [J/K] a constante de Boltzmann.

Nota: o **poder emissivo total**, dado pela lei de Stefan-Boltzmann, pode também ser obtido por integração do poder emissivo espectral sobre todos os comprimentos de onda:

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4 \quad \text{com } \sigma = (2/15)\pi^5 k^4 / h^3 c^2$$

A fracção de energia radiada pelo corpo negro, entre $\lambda = 0$ e um valor qualquer de comprimento de onda λ , está tabelada (ver Tabela 1) e é representada por:

$$f_{\lambda}(T) = E_{b,0-\lambda}(T) / E_b(T) \quad \text{ou} \quad f_{\lambda}(T) = \int_0^{\lambda} E_{b\lambda}(T) d\lambda / \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T) d\lambda$$

Para se calcular a energia radiada por um corpo negro entre dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2 , faz-se:

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = f_{\lambda_1}(T) - f_{\lambda_2}(T) \quad \text{e} \quad E_{b,\lambda_1-\lambda_2} = f_{\lambda_1-\lambda_2} \times E_b(T) \quad [\text{W/m}^2]$$

Lei do deslocamento de Wien, a energia espectral emitida por um corpo negro à temperatura T é máxima quando o comprimento de onda λ_{max} é :

$$\boxed{\lambda_{\text{max}} T = 2897.8} \quad [\text{K} \cdot \mu\text{m}].$$

Esta relação pode ser obtida fazendo a derivada de $E_{b\lambda}(T)$ relativamente a λ e igualando a zero, para se determinar o ponto máximo. Mostra que o máximo da energia radiada por um corpo negro se desloca para comprimentos de onda mais curtos à medida que a temperatura absoluta do corpo aumenta.

O **Sol**, por exemplo, tem uma temperatura equivalente de corpo negro de $T_{\text{Sol}} \approx 5762 \text{ K}$ e, segundo a lei de Wien ($\lambda_{\text{max}} \approx 0.5 \mu\text{m}$), os comprimentos de onda correspondentes ao poder emissivo espectral máximo do Sol estão na zona central da luz visível, $\lambda_{\text{visível}} = [0.40 - 0.76] \mu\text{m}$. Comprimentos de onda menores que $0.40 \mu\text{m}$ correspondem à zona do **ultra-violeta** (maiores frequência e, logo, maiores energias), e maiores que $0.76 \mu\text{m}$ correspondem à zona do **infra-vermelho**. A radiação térmica começa a ser visível a partir de temperaturas superiores a cerca de 800 K e a lei de Wien mostra que para $T \leq 800 \text{ K}$, os $E_{b\lambda}$ máximos correspondem a λ no infra-vermelho ($\lambda \geq 3.6 \mu\text{m}$). A **radiação térmica** abrange aproximadamente os comprimentos de onda de $0.1 \mu\text{m}$ até $100 \mu\text{m}$, que compreende o espectro ultra-violeta próximo, o visível, e grande parte do infra-vermelho. A **radiação solar** ($\lambda_s = 0.1$ a $3 \mu\text{m}$) é composta pela radiação visível (cerca de metade) acrescida por uma porção de ultra-violeta e de infra-vermelho.

Em geral as propriedades da radiação e da interacção entre radiação e matéria são complexas, porque podem depender da temperatura (da superfície receptora e da fonte emissora), do comprimento de onda (propriedades espectrais) e da direcção (propriedades direccionais). Por isso, em engenharia é usual fazerem-se aproximações aceitáveis, que permitem simplificar e tornar tratáveis os problemas envolvendo radiação.

Radiação difusa: independente da direcção (valores direccionais são indicados com índice θ).

Emissividade ε : razão entre a radiação (total) emitida por uma superfície real e a radiação de corpo negro à mesma temperatura,

$$\boxed{\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E(T) = \varepsilon(T) E_b(T)}$$

Emissividade espectral ε_{λ} , relação entre essas radiações para um dado comprimento de onda:

$$\varepsilon_{\lambda}(T) = E_{\lambda}(T) / E_{b\lambda}(T)$$

Superfície cinzenta: ε não depende do comprimento de onda (isto é, $\varepsilon_{\lambda} = Cte$).

Superfície difusa: ε não depende da direcção (isto é, $\varepsilon_\theta = Cte$).

Irradiação G : radiação incidente numa superfície, por unidade de área e de tempo
[W/m²]

Se parte da irradiação numa superfície for **difusa** (G_d) e outra parte **directa** (G_D , segundo um ângulo θ com a normal à superfície), a irradiação total é:

$$G = G_d + G_D \cos \theta \quad [\text{W/m}^2]$$

A radiação incidente pode ser **absorvida, reflectida e transmitida**,

$$G = G_{abs} + G_{ref} + G_{tran} \quad 1 = G_{abs} / G + G_{ref} / G + G_{tran} / G$$

o que permite definir o coeficiente de absorção (a **absorsividade**, α), o coeficiente de reflexão (a **reflectividade**, ρ) e o coeficiente de transmissão (a **transmissividade**, τ):

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

A **reflexão** pode ser:

Especular – o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência (como num espelho);

Difusa – espalhada igualmente em todas as direcções.

Lei de Kirchoff, em determinadas condições, a absorpsividade é igual à emissividade:

$$\alpha = \varepsilon$$

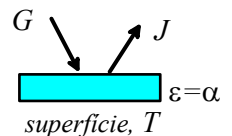
Coefficientes totais, $\varepsilon(T) = \alpha(T)$ (assume que a temperatura T da superfície emissora é igual à temperatura T da fonte de irradiação)

Coefficientes espectrais, $\varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T)$ (válida para radiação difusa)

Coefficientes espectrais/direccionais, $\varepsilon_{\lambda\theta}(T) = \alpha_{\lambda\theta}(T)$ (válida sem restrições).

Nota: deve ter-se cuidado ao aplicar a lei de Kirchoff como $\alpha = \varepsilon$ pois enquanto a emissividade depende essencialmente da temperatura da superfície emissora, a absorpsividade depende sobretudo da temperatura da fonte de radiação que atinge essa superfície. Por exemplo, um metal coberto com uma camada fina de crómio negro apresenta uma absorpsividade à radiação solar ($\lambda \sim 0.5 \mu\text{m}$) de $\alpha_s = 0.87$ enquanto a sua emissividade a temperaturas ambientes ($\lambda \sim 8 \mu\text{m}$) é somente $\varepsilon = 0.09$.

Radiosidade (ou radiância) J , radiação total, por unidade de área e de tempo, que deixa uma superfície.



Balances de radiação entre superfícies difusas, cinzentas e opacas

A radiosidade é igual à radiação emitida mais a radiação reflectida:

$$J_i = E_i + \rho_i G_i$$

e, para uma superfície i **cinzenta** ($\alpha = \varepsilon$) e **opaca** ($\tau = 0 \Rightarrow \alpha + \rho = 1$), tem-se:

$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1 - \varepsilon_i) G_i \quad G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1 - \varepsilon_i}$$

A transferência de energia radiante líquida (“*net*”) numa superfície genérica i (radiação que sai, a radiosidade, menos a radiação que entra, a irradiação) é dada por:

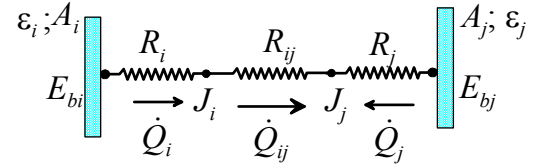
$$\dot{Q}_i = A_i (J_i - G_i)$$

e com a relação anterior para obtém-se:

$$\Rightarrow \dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \text{ [W]}$$

em que a **resistência radiativa da superfície** é definida como:

$$R_i = \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$$



Nesta expressão, e na figura ao lado, \dot{Q}_i é assumido como positivo a sair da superfície i (na prática, $\dot{Q}_i < 0$ indica que a superfície i está a receber calor por radiação).

A transferência radiante líquida entre duas superfícies i e j (radiação que sai de i e atinge j , menos radiação que sai de j e atinge i):

$$\dot{Q}_{ij} = A_i F_{ij} J_i - A_j F_{ji} J_j = A_i F_{ij} (J_i - J_j) \Rightarrow \dot{Q}_{ij} = \frac{J_i - J_j}{R_{ij}}$$

com a **resistência radiativa do espaço** entre i e j definida por:

$$R_{ij} = \frac{1}{A_i F_{ij}}$$

Para superfícies negras (ε_i e $\varepsilon_j = 1$), a resistência de superfície é nula, ou seja $J_i = E_{bi}$, pelo que a taxa de transferência de calor radiante líquida fica:

$$(\dot{Q}_{ij})_b = A_i F_{ij} (E_{bi} - E_{bj})$$

O **factor de forma** F_{ij} representa a parte da área de j que é “vista” pela radiação proveniente de i e o seu cálculo só tem a ver com questões geométricas. Como

F_{ij} = fracção da radiação proveniente de i que atinge directamente j

tem-se

$$0 \leq F_{ij} \leq 1 \text{ e } \sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \text{ (recinto fechado com } N \text{ superfícies)}$$

Existem tabelas e gráficos que fornecem factores de forma para um número elevado de geometrias que ocorrem frequentemente nas aplicações. Uma superfície convexa não pode radiar directamente para si própria e por isso o auto-factor de forma (F_{ii} com i igual a j) é nulo. O mesmo acontece para uma superfície plana, que irradia para o espaço hemisférico que a rodeia, mas não para si própria:

$F_{ii} = 0$ - superfície i convexa ou plana.

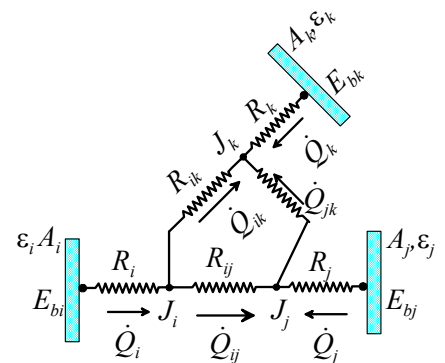
Tem-se ainda, por reciprocidade (usada antes):

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Num recinto com N superfícies, tem-se:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^N \dot{Q}_{ij} = \sum_{j=1}^N \left(\frac{J_i - J_j}{R_{ij}} \right) = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}$$

O esquema ao lado ilustra transferências de radiação entre 3 superfícies (de i , para j e k).



Superfícies negras: $\varepsilon_i = 1$, logo a resistência superficial vem $R_i = 0$, o que implica:

$$J_i = E_{bi} \quad (\text{não há radiação reflectida})$$

e

$$\dot{Q}_{ij} = A_i F_{ij} (E_{bi} - E_{bj}) = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4).$$

Recinto com duas superfícies. Trata-se de um caso particular das relações dadas acima para recintos com superfícies cinzentas. Tem-se

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

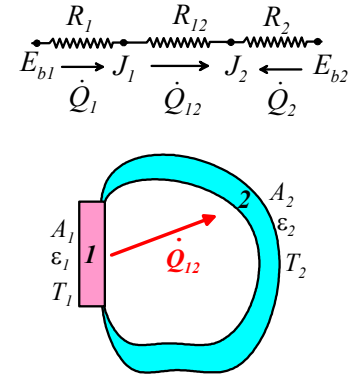
e de

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} = \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} = \frac{E_{b1} - J_1}{R_1} = -\frac{E_{b2} - J_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow (R_1 + R_{12} + R_2) \dot{Q}_1 = E_{b1} - E_{b2}$$

obtem-se a taxa de transferência líquida entre 1 e 2:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$



A fórmula anterior é particularmente útil em vários casos com geometria simples mas de interesse prático:

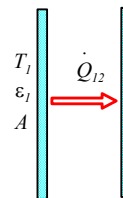
1. Objecto pequeno em cavidade grande ($A_1 / A_2 \approx 0$; $F_{12} = 1$)

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Nota: a emissividade das paredes da cavidade não aparece nesta expressão, o que mostra que a radiação na cavidade se comporta como radiação de corpo negro.

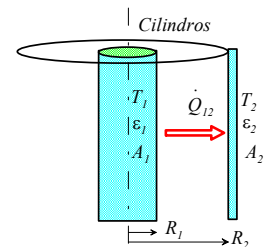
2. Placas paralelas infinitas ($A_1 = A_2 = A$; $F_{12} = 1$)

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$



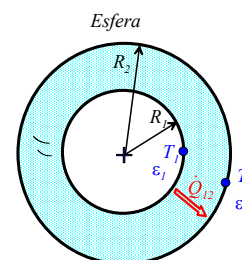
3. Cilindros concêntricos infinitos ($A_1 / A_2 = R_1 / R_2$; $F_{12} = 1$)

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)}$$



4. Esferas concêntricas ($A_1 / A_2 = (R_1 / R_2)^2$; $F_{12} = 1$)

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2}$$



Se as duas superfícies forem negras ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$), a expressão anterior resulta novamente na equação simplificada válida para corpos negros, que é sempre bom recordar:

$$\boxed{\dot{Q}_{12} = A_1 F_{12} (E_{b1} - E_{b2}) = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)} \text{ [W]}.$$

Anexo I – Material Avançado: Resolução do balanço convecção/radiação numa superfície

Considere-se por exemplo a superfície exterior da fuselagem de um avião em voo, que recebe um fluxo de calor por radiação do sol, recebe também calor transferido por condução do interior do avião, e perde calor por radiação para o céu e por convecção forçada para a atmosfera envolvente. O balanço energético será:

$$G_s + q_i = q_r + q_c$$

com

$$q_i = q_w = \frac{T_i - T_s}{R_{t,w}} \quad \text{com resistência térmica da parede } R_{t,w} = \frac{1}{h_i} + \frac{e}{k}$$

$$q_r = \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_{ceu}^4)$$

$$q_c = h(T_s - T_\infty).$$

Vamos considerar primeiro a situação em que não há ganhos de calor (solar e através da parede), ficando

$$-q_c = q_r \quad \Rightarrow h(T_\infty - T_s) = \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_{ceu}^4)$$

Trata-se de uma equação em que a variável dependente (a incógnita), a temperatura na superfície exterior T_s , aparece elevada à quarta potência e por isso não pode ser resolvida facilmente de forma algébrica. Vamos aplicar um método numérico iterativo, o método de Newton-Raphson. Recordar-se que para resolver a equação

$$f(x) = 0$$

se aproxima a derivada como

$$f' = \frac{f(x) - f(x^*)}{x - x^*}$$

em que x^* é o valor de x na iteração anterior, e o método vem definido pelo processo iterativo

$$x = x^* - \frac{f(x^*)}{f'(x^*)}$$

porque $f(x) = 0$.

A nossa equação é escrita como:

$$f = \frac{\sigma \varepsilon}{h} (T_s^4 - T_{ceu}^4) - (T_\infty - T_s)$$

A derivada relativamente a T_s é

$$f' = \frac{\sigma \varepsilon}{h} 4T_s^3 + 1$$

E o método de Newton-Raphson escreve-se ($A = \frac{\sigma \varepsilon}{h}$):

$$T_s = T_s - \frac{A(T_s^4 - T_{ceu}^4) + T_s - T_\infty}{1 + 4AT_s^3}$$

Exemplo: o vidro de um carro a radiar para o céu numa noite sem nuvens. Dados: $T_{\infty} = 5^{\circ}\text{C}$ (inverno, ar frio); $T_{\text{ceu}} = 200\text{ K}$ (céu limpo); $h = 10\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ (sem vento, convecção natural); emissividade do vidro $\varepsilon = 0.95$.

Aplicando a fórmula anterior, partindo de um valor estimado $T_s = 0^{\circ}\text{C}$, obtém-se o resultado em 3 iterações (tolerância de paragem de 10^{-4}):

Iteração	T_s [K]	T_s [$^{\circ}\text{C}$]
0	273	0
1	261.67	-11.33
2	261.45	-11.55
3	261.45	-11.55

Resultado final: $T_s = -11.55^{\circ}\text{C}$.

O fluxo perdido por radiação, igual ao fluxo recebido pelo vidro por convecção do ar ambiente, é: $q_r = -q_c = 165.5\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$.

Repare-se que mesmo com uma única iteração o valor da temperatura é já praticamente igual ao final, o que mostra a rapidez de convergência do método Newton-Raphson (método de 2ª ordem).

Do ponto de vista físico, é de realçar que a temperatura do vidro fica significativamente mais baixa do que a temperatura do ar ambiente exterior (-11°C contra 5°C), devido à perda de calor por radiação para o céu limpo (-73°C), o que explica a formação de geada sobre os automóveis deixados a céu aberto.

Factor de forma

A parte da radiação proveniente de uma superfície A_1 que atinge directamente outra superfície A_2 , distantes entre si de r_{12} , com θ_1 = ângulo entre a normal a A_1 e r_{12} , e θ_2 = ângulo entre a normal a A_2 e r_{12} , é dada por:

$$F_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{12}^2} dA_1 dA_2$$

De forma idêntica, a parte da radiação proveniente de A_2 que atinge directamente A_1 é:

$$F_{21} = \frac{1}{\pi A_2} \iint \frac{\cos \theta_2 \cos \theta_1}{r_{12}^2} dA_2 dA_1$$

verificando-se desde logo a relação de reciprocidade entre factores de forma:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

A troca líquida de radiação entre as duas superfícies, consideradas como superfícies negras, é dada pela diferença entre a radiação que sai de 1 e atinge 2, e a proveniente de 2 que atinge 1:

$$\dot{Q}_{12} = A_1 F_{12} \sigma T_1^4 - A_2 F_{21} \sigma T_2^4 \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{12} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)}$$

Algumas relações úteis de factores de forma:

- 1- Dois discos paralelos com o mesmo raio R , separados por uma distância L (eixos concêntricos):

$$F_{12} = \frac{1 + 2R'^2 - \sqrt{1 + 4R'^2}}{2R'^2} \quad (R' = R/L)$$

- 2- Discos concêntricos paralelos de raios diferentes (R_1 e R_2), separados por L :

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left(S - \left[S^2 - 4(R_1/R_2)^2 \right]^{1/2} \right) \quad \left(S = 1 + \frac{1 + (R'_2)^2}{(R'_1)^2}, R'_i = R_i/L \right)$$

- 3- Placas rectangulares paralelas, lados X e Y , separação entre placas L

$$F_{12} = \frac{2}{\pi xy} \left\{ \ln \left[\frac{x'y'}{x' + y' - 1} \right]^{1/2} + xy'^{1/2} \arctan \left[\frac{x}{y'^{1/2}} \right] + yx'^{1/2} \arctan \left[\frac{y}{x'^{1/2}} \right] - x \arctan x - y \arctan y \right\}$$

com: $x = X/L$; $y = Y/L$; $x' = 1 + x^2$; $y' = 1 + y^2$.

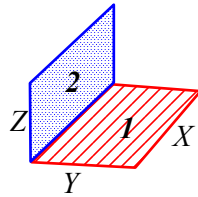
- 4- Placas rectangulares perpendiculares entre si, com lado comum (placa 1 com dimensões $X \times Y$; placa 2, $X \times Z$):

$$F_{12} = \frac{1}{\pi W} (A + B - C + D)$$

com: $A = W \arctan(1/W)$; $B = H \arctan(1/H)$; $C = (R)^{1/2} \arctan \left(\frac{1}{(R)^{1/2}} \right)$

$$D = \frac{1}{4} \ln \left\{ \left[\frac{W'H'}{1+R} \right] \left[\frac{W^2(1+R)}{W'R} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+R)}{H'R} \right]^{H^2} \right\}$$

$W = Y/X$; $H = Z/X$; $W' = 1 + W^2$; $H' = 1 + H^2$;
 $R = H^2 + W^2$



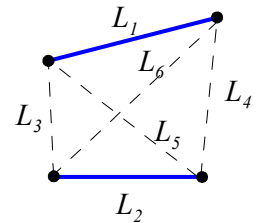
- 5- Recinto triangular, com lados L_1 , L_2 e L_3 (bidimensional, geometria muito comprida segundo a distância perpendicular ao plano do triângulo):

$$F_{12} = \frac{L_1 + L_2 - L_3}{2L_1}$$

- 6- Dois corpos muito compridos (bidimensional), com perímetros visíveis L_1 e L_2 num plano transversal ao comprimento:

$$F_{12} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

(L_5 e L_6 são linhas cruzadas entre as extremidades, e L_3 e L_4 linhas não cruzadas).

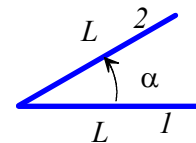


- 7- Dois tubos circulares paralelos (diâmetro D), separados por distância S :

$$F_{12} = \frac{\sqrt{S^2 + D^2} - S}{\pi D/2}$$

- 8- Placas planas compridas, com aresta comum e ângulo α :

$$F_{12} = 1 - \sin \frac{\alpha}{2}$$

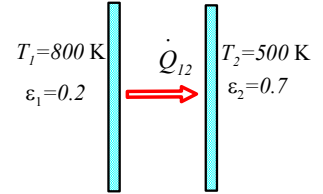


Exemplos resolvidos

Exemplo 1 – Transferência de radiação entre duas placas planas. Calcular a taxa de transferência de energia radiante por unidade de área entre duas placas planas consideradas como infinitas, estando uma a 800 K (emissividade 0.2) e a outra a 500 K (emissividade 0.7).

Temos $T_1 = 800$ K, $\varepsilon_1 = 0.2$ e $T_2 = 500$ K, $\varepsilon_2 = 0.7$. Para esta geometria, com área superficial unitária $A = 1$ m², a troca de radiação entre as placas 1 e 2, através do meio considerado como transparente (não afecta a intensidade da radiação), é dada pela equação:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (800^4 - 500^4)}{\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.7} - 1} = 3625 \text{ W.}$$



Nota: este resultado pode ser escrito usando um coeficiente radiativo equivalente (ver Capítulo de Introdução):

$$\dot{Q}_{12} = Ah_r(T_1 - T_2) \text{ com } h_r = \frac{\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Substituindo valores,

$$h_r = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (800^2 + 500^2) \times (800 + 500)}{\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.7} - 1} = 12.08 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

e

$$\dot{Q}_{12} = Ah_r(T_1 - T_2) = 1 \times 12.08 \times (800 - 500) = 3625 \text{ W,}$$

confirmando-se o resultado anterior. Neste problema, o valor de h_r é significativo, sendo superior aos valores típicos encontrados em convecção natural ($h_c \approx 5 - 10$ W/(m² K)).

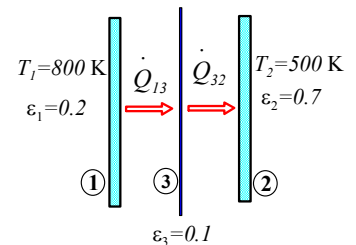
É útil verificar que se as placas se comportam-se como corpos negros, a troca de calor seria muito superior:

$$\dot{Q}_{12,b} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = 1 \times 1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (800^4 - 500^4) = 19\,681 \text{ W.}$$

Exemplo 2 – Efeito de escudo de radiação. Calcular a taxa de transferência de energia radiante do exemplo anterior quando é colocada, entre as duas placas originais, uma nova placa muito fina e altamente reflectora, com emissividade 0.1.

Designamos como placa 3 o escudo de radiação, com emissividade $\varepsilon_3 = 0.1$ e temperatura desconhecida T_3 . A taxa net de radiação entre 1 e 3 terá de ser igual à taxa entre 3 e 2:

$$\dot{Q}_{13} = \dot{Q}_{32} = \dot{Q}_{12} \quad \text{com: } \dot{Q}_{13} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1} \quad \text{e} \quad \dot{Q}_{32} = \frac{A\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$



Multiplicando ambas pelo respectivo denominador e somando, para eliminar a temperatura da placa intermédia T_3 , temos:

$$\dot{Q}_{12} \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right] = A\sigma \left[(T_1^4 - T_3^4) + (T_3^4 - T_2^4) \right]$$

e

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma \left[(T_1^4 - T_2^4) \right]}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + 2\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 2 \right)}$$

Se as três emissividades fossem iguais, o resultado seria metade daquele do Exemplo 1. No caso concreto do enunciado, tem-se:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (800^4 - 500^4)}{\frac{1}{0.2} + \frac{2}{0.1} + \frac{1}{0.7} - 2} = 805.6 \text{ W/m}^2$$

A introdução do escudo de radiação fez diminuir a taxa de energia radiante líquida trocada entre as placas 1 e 2 de 77.8 %.

A temperatura do escudo pode ser obtida de um dos balanços de energia, por exemplo entre as placas 1 e 3:

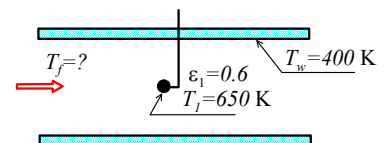
$$\dot{Q}_{13} = \frac{A\sigma (T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1} \Rightarrow T_3 = \sqrt[4]{T_1^4 - \frac{\dot{Q}_{13}}{A\sigma} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)} = 677.5 \text{ K.}$$

Verifica-se que a temperatura do painel intermédio é algo superior à média aritmética entre as duas placas originais: $(800+500)/2 = 650 \text{ K}$.

Exemplo 3 – Erro de medição com termopar devido a radiação. Um termopar colocado no centro de uma conduta que transporta gases quentes dá uma medição de 650 K. A temperatura das paredes internas da conduta é uniforme a 400 K, o coeficiente convectivo entre o termopar e os gases é $80 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ e a emissividade do termopar 0.6. Qual a verdadeira temperatura dos gases na conduta?

O balanço de energia aplicado ao termopar (indicado com índice 1) mostra que o ganho de calor por convecção é igual à perda de calor por radiação:

$$\dot{q}_c = \dot{q}_r \Rightarrow h_c A_1 (T_f - T_1) = A_1 F_{12} \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_w^4)$$



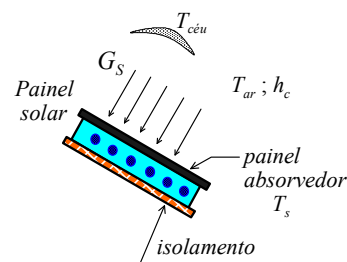
em que T_1 é a temperatura dada pelo termopar, T_f a temperatura do fluido longe do termopar, A_1 a área superficial do termopar e F_{12} o factor de forma entre o termopar e as paredes interiores da conduta, que estão à temperatura T_w . Assumindo que a área interior da conduta é grande comparada com a área do termopar, tem-se $F_{12} = 1$ (toda a radiação saída do termopar incide nas paredes). Do balanço de energia, obtém-se:

$$T_f = T_1 + \frac{\varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_w^4)}{h_c} =$$

$$= 650 + \frac{0.6 \times 5.67 \times 10^{-8} (650^4 - 400^4)}{80} = 650 + 65 = 715 \text{ K.}$$

A perda de calor por radiação entre o termopar (a 377 °C) e a parede da conduta (a 127 °C, logo mais fria), faz com que a temperatura medida seja 65°C inferior à verdadeira (erro de 9.1%).

Exemplo 4 – Painel solar. Num dia claro, um painel solar rectangular com 1,5 m de altura e 3 m de largura, disposto segundo uma certa inclinação relativamente à horizontal, recebe um fluxo de irradiação solar de 600 W/m². O painel é constituído por uma superfície absorvedora, feita de alumínio revestido a crómio negro (absorvidade da radiação solar, $\alpha_s = 0.87$; emissividade a temperatura atmosférica, $\varepsilon = 0.09$). Essa placa absorvedora está em contacto com uma caixa contendo tubos de água que será aquecida, e a parte posterior do painel está isolada. Nesse dia, a temperatura do ar circundante é 25 °C, o coeficiente convectivo é $h = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ °C)}$, a temperatura equivalente do céu (para efeitos de radiação) é 15 °C, e a temperatura da superfície da placa absorvedora foi medida, sendo de 60 °C. Calcular o fluxo de calor aproveitado para aquecer a água nos tubos.



Dados:

$$G_s = 600 \text{ W/m}^2$$

$$T_{ar} = 25 \text{ °C} = 298 \text{ K}; T_{céu} = 15 \text{ °C} = 288 \text{ K}; T_s = 60 \text{ °C} = 333 \text{ K}$$

$$h_c = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ °C)}$$

Balanco de energia ao painel solar:

$$\dot{q}_{agua} = \dot{q}_{absorvido} - \dot{q}_{emitido} - \dot{q}_{convecção}$$

A parte da irradiação solar absorvida pela placa de crómio negro é:

$$\dot{q}_{absorvido} = \alpha_s G_s = 0.87 \times 600 = 522 \text{ W/m}^2$$

A placa emite para o céu em redor (assume-se que toda a radiação emitida incide no “céu”, ou seja, o factor de forma entre o painel e o espaço circundante é $F_{12} = 1$):

$$\dot{q}_{emitido} = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{céu}^4) = 0.09 \times 5.67 \times 10^{-8} (333^4 - 288^4) = 27.6 \text{ W/m}^2$$

O fluxo de calor perdido pelo painel por convecção é:

$$\dot{q}_{convecção} = h_c (T_s - T_{ar}) = 10 \times (333 - 298) = 350 \text{ W/m}^2$$

Do balanço de energia, o fluxo recebido pela água é

$$\dot{q}_{agua} = 522 - 27.6 - 350 = 144.4 \text{ W/m}^2$$

e a potência calorífica fornecida à água vem

$$\dot{Q}_{agua} = A_{painel} \dot{q}_{agua} = (1.5 \times 3) \times 144.4 = 650 \text{ W.}$$

Verifica-se que, para este painel, a maior perda de energia é devida à convecção para o ar ambiente.

Tabela 1 – Fracção de energia radiada pelo corpo negro

$$(\lambda T \text{ [}\mu\text{m}\cdot\text{K]}; f_{\lambda} = \left(\int_0^{\lambda} E_{b\lambda'} d\lambda' \right) / E_b)$$

λT	f_{λ}	λT	f_{λ}	λT	f_{λ}	λT	f_{λ}
200.	0.000000	4200.	0.515988	8500.	0.874564	70000.	0.999588
400.	0.000000	4400.	0.548769	9000.	0.889985	80000.	0.999721
600.	0.000000	4600.	0.579252	9500.	0.903041	90000.	0.999803
800.	0.000016	4800.	0.607529	10000.	0.914154	100000.	0.999855
1000.	0.000321	5000.	0.633716	10500.	0.923664		
1200.	0.002134	5200.	0.657938	11000.	0.931843		
1400.	0.007789	5400.	0.680326	11500.	0.938913		
1600.	0.019717	5600.	0.701012	12000.	0.945051		
1800.	0.039339	5800.	0.720123	13000.	0.955092		
2000.	0.066725	6000.	0.737781	14000.	0.962850		
2200.	0.100883	6200.	0.754103	15000.	0.968933		
2400.	0.140249	6400.	0.769196	16000.	0.973766		
2600.	0.183111	6600.	0.783160	17000.	0.977652		
2800.	0.227879	6800.	0.796089	18000.	0.980812		
3000.	0.273218	7000.	0.808068	19000.	0.983405		
3200.	0.318086	7200.	0.819177	20000.	0.985553		
3400.	0.361717	7400.	0.829485	30000.	0.995291		
3600.	0.403587	7600.	0.839061	40000.	0.997918		
3800.	0.443360	7800.	0.847962	50000.	0.998904		
4000.	0.480853	8000.	0.856246	60000.	0.999354		