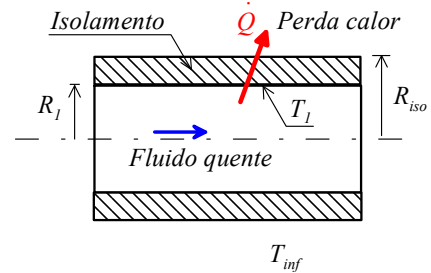


Transmissão de Calor – Condução Estacionária: Raio Crítico de Isolamento

P.J. Oliveira

Departamento Engenharia Electromecânica, UBI,
Outubro 2014

O propósito de se aplicar isolamento no exterior de um tubo é reduzir as perdas (ou ganhos) de calor entre o fluido que circula no interior e o meio exterior. No entanto, pode acontecer que o resultado seja precisamente o contrário deste objectivo: o isolamento pode fazer aumentar a taxa de transferência de calor. Isto acontece porque, apesar de o isolamento introduzir uma resistência térmica adicional, proporcional à espessura da camada de isolamento aplicada, a área exterior aumenta e, por consequência, aumenta também a contribuição da convecção de calor para o ambiente. Dependendo do peso relativo destas duas contribuições, condução na camada de isolamento e convecção na superfície exterior, o efeito final poderá ser o pretendido (\dot{Q} diminui) ou o contrário (\dot{Q} aumenta).



Considerando uma camada de isolamento sobre um tubo de comprimento L , raio R_1 e temperatura T_1 , a taxa de calor é (fluido interior a temperatura superior à do ambiente T_∞):

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_t + R_{c,e}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{\ln(R_{iso} / R_1)}{2\pi L k_{iso}} + \frac{1}{2\pi R_{iso} L h_e}}$$

Assume-se que todos os parâmetros nesta equação estão fixados, excepto o raio exterior do isolamento R_{iso} . A 1ª resistência térmica no denominador aumenta com R_{iso} , mas a 2ª resistência diminui com R_{iso} ; é o jogo entre estas duas tendências que fará com que o isolamento cumpra a sua função, ou não.

O raio crítico corresponde ao valor de R_{iso} a partir do qual a taxa de transferência de calor começa a diminuir, e é determinado fazendo a derivada de \dot{Q} relativamente a R_{iso} e igualando a zero:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial R_{iso}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dot{Q} = \dot{Q}_{\max}$$

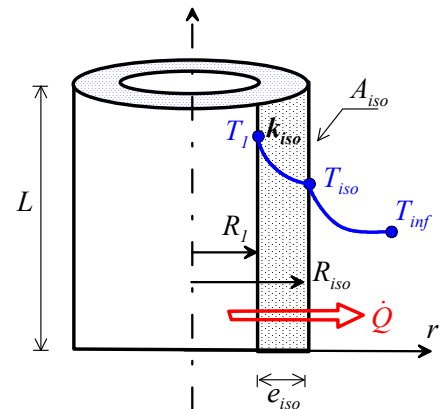
ou seja,

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial R_{iso}} = - \frac{T_1 - T_\infty}{\left(\frac{\ln(R_{iso} / R_1)}{2\pi L k_{iso}} + \frac{1}{2\pi R_{iso} L h_e} \right)^2} \left(\frac{1 / R_{iso}}{2\pi L k_{iso}} - \frac{1 / R_{iso}^2}{2\pi L h_e} \right) = 0$$

Fica

$$\left(\frac{1 / R_{iso}}{2\pi L k_{iso}} - \frac{1 / R_{iso}^2}{2\pi L h_e} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{k_{iso}} - \frac{1 / R_{iso}}{h_e} \right) = 0$$

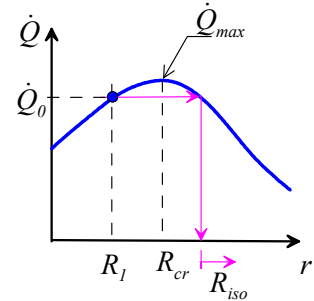
e finalmente, chamando R_{cr} a este valor de R_{iso} :



$$\Rightarrow R_{cr} = \frac{k_{iso}}{h_e}$$

Este resultado implica que:

- Se o raio do tubo R_l for inferior a R_{cr} , a aplicação de isolamento fará inicialmente aumentar \dot{Q} ;
- Só para $R_{iso} > R_{cr}$ se obtém o desejado: diminuir a taxa de calor transferido;
- No entanto, o calor perdido pode ainda ser, nessa altura, superior àquele que se perdia sem isolamento \dot{Q}_0 , ver esquema ao lado;
- Se R_l for superior a R_{cr} , a aplicação de isolamento terá imediatamente o efeito desejado – de fazer diminuir \dot{Q} ;
- O R_{cr} é relativamente pequeno (por exemplo, para isolamento de fibra de vidro, com $k = 0.043 \text{ W/(m K)}$, se o coeficiente de convecção exterior for $h = 8 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ (convecção natural), tem-se $R_{cr} = 0.0054 \text{ m}$, ou seja $D_{cr} = 10.8 \text{ mm}$). Por isso, muitas vezes este problema não se põe.



Nota: por vezes o interesse pode ser o de maximizar o calor perdido; por exemplo, num cabo eléctrico a camada de plástico exterior cumpre o papel de isolamento eléctrico, e não térmico, e o desempenho do fio condutor será melhorado quando este não aquecer em demasia. Nesta situação, convirá escolher uma espessura de isolamento eléctrico tal que $R_{iso} = R_{cr}$, de modo a que o calor dissipado para o exterior seja máximo.

Caso da geometria esférica

A taxa de calor transferido através de um isolamento sobre uma superfície esférica é dada por:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{R_{iso} - R_l}{4\pi R_{iso} R_l k_{iso}} + \frac{1}{4\pi R_{iso}^2 h_e}}$$

Derivando em ordem a R_{iso} e igualando a zero, obtém-se

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial R_{iso}} = -\frac{T_1 - T_\infty}{\left(\frac{R_{iso} - R_l}{4\pi R_{iso} R_l k_{iso}} + \frac{1}{4\pi R_{iso}^2 h_e}\right)^2} \left(\frac{+R_l / R_{iso}^2}{4\pi R_l k_{iso}} - \frac{2}{4\pi R_{iso}^3 h_e}\right) = 0$$

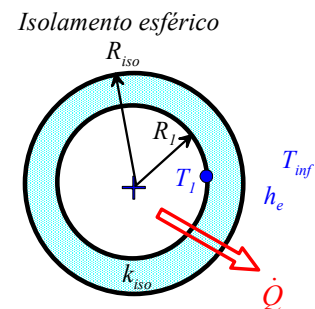
Ou seja,

$$\left(\frac{1}{4\pi k_{iso} R_{iso}^2} - \frac{2}{4\pi R_{iso}^3 h_e}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_{iso}^3}{R_{iso}^2} = \frac{2k_{iso}}{h_e}$$

Portanto, o raio crítico para esfera fica definido como:

$$R_{cr} = 2 \frac{k_{iso}}{h_e}$$

sendo duas vezes superior ao do cilindro.



Exemplo ilustrativo

Um tubo de meia polegada ($1'' = 25.4 \text{ mm}$) num sistema de refrigeração transporta fluido frigorigénio a -10°C , quando ao ambiente exterior está a 25°C . Para evitar que o fluido aqueça por transferência de calor do exterior, vai usar-se um isolamento de espuma de polietileno, com $k = 0.046 \text{ W/(m K)}$. O coeficiente de transferência de calor exterior só tem componente convectiva, sendo $h = 5 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$, valor baixo por se tratar de convecção natural. Calcular o raio crítico e o ganho de calor sem isolamento e com isolamento de espessuras 4 mm e 10 mm. Calcular ainda o ganho de calor máximo.

O raio crítico vem da expressão dada acima:

$$R_{cr} = \frac{k_{iso}}{h_e} = \frac{0.046}{5} = 0.0092 \text{ m} = 9.2 \text{ mm}$$

Como este valor é superior ao raio do tubo, $R = D/2 = 0.5 \times 25.4/2 = 6.35 \text{ mm}$, a transferência de calor irá aumentar inicialmente, quando se começa a aplicar o isolamento. Sem isolamento, tem-se:

$$\dot{Q}_0 = \frac{T_\infty - T_1}{R_{c,e}} = \frac{T_\infty - T_1}{\frac{1}{2\pi RLh_e}} = 2\pi RLh_e (T_\infty - T_1) = 2\pi \times 0.00635 \times (25 - (-10)) = 6.98 \text{ W}$$

para um comprimento de $L = 1 \text{ m}$.

Para uma espessura de isolamento de 4 mm, o raio exterior do isolamento é $R_{iso} = R + e = 10.35 \text{ mm}$, e o calor transferido

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{T_\infty - T_1}{\frac{\ln(R_{iso}/R_1)}{2\pi Lk_{iso}} + \frac{1}{2\pi R_{iso}Lh_e}} = \frac{25 - (-10)}{\frac{\ln(10.35/6.35)}{2\pi \times 0.046} + \frac{1}{2\pi \times 0.01035 \times 5}} = \\ &= \frac{35}{1.69 + 3.08} = 7.34 \text{ W (por metro de tubo)}. \end{aligned}$$

Verifica-se que a situação com 4 mm de isolamento é pior do que sem isolamento algum, embora o valor de \dot{Q} seja já inferior ao valor máximo, que acontece para $R_{iso} = R_{cr} = 9.2 \text{ mm}$:

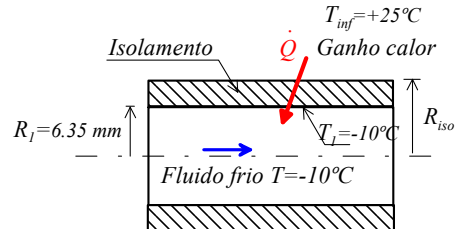
$$\dot{Q}_{\max} = \frac{35}{\frac{\ln(9.2/6.35)}{2\pi \times 0.046} + \frac{1}{2\pi \times 0.0092 \times 5}} = \frac{35}{1.28 + 3.46} = 7.38 \text{ W}.$$

Com $e = 10 \text{ mm}$, tem-se $R_{iso} = R + e = 16.35 \text{ mm}$, vem:

$$\dot{Q} = \frac{35}{\frac{\ln(16.35/6.35)}{2\pi \times 0.046} + \frac{1}{2\pi \times 0.01635 \times 5}} = \frac{35}{3.27 + 1.95} = 6.71 \text{ W}$$

e finalmente o isolamento é eficaz em reduzir a quantidade de calor “ganho” por unidade de tempo e por unidade de comprimento do tubo. Veja-se que para esta espessura, a resistência condutiva (3.27 K/W) é superior à resistência convectiva (1.95 K/W).

Este exemplo mostra que não basta ter $R_{iso} > R_{cr}$; um isolamento eficaz requer um valor de R_{iso} tal que \dot{Q} se torne inferior ao valor sem isolamento \dot{Q}_0 , como já tinha sido referido acima.



Capítulo 3 – Raio crítico em condução de calor estacionária

Exercícios:

- 1) Um fio eléctrico de 2 mm de diâmetro e 10 m de comprimento está envolvido por uma cobertura de plástico com 1 mm de espessura ($k = 0.15 \text{ W/(m.K)}$). A intensidade da corrente que percorre o fio é 10 A e a diferença de potencial 8 V. O meio exterior está a 30 °C e o coeficiente de transmissão de calor é 18 W/(m² K). Obter a temperatura na interface fio eléctrico/plástico e o raio crítico. Se a espessura do plástico dobrar, como deve variar a temperatura da interface?
- 2) Um cabo eléctrico de 2 mm apresenta uma temperatura de 45 °C estando envolvido num isolante plástico de 0.5 mm ($k_{\text{isol}} = 0.13 \text{ W/(m.K)}$). A temperatura do meio exterior é 10 °C e o coeficiente de transmissão 12 W/(m² K). Verificar se o revestimento de plástico faz aumentar ou diminuir a taxa de transferência de calor.
- 3) Repetir o exercício anterior quando há uma resistência de contacto igual a 0.0002 m² °C/W.
- 4) Considere uma esfera de 5 mm de diâmetro coberta por uma camada de 1 mm de isolamento plástico ($k_{\text{plast.}} = 0.13 \text{ W/(m.K)}$). A esfera está exposta ao ar, a 15 °C, com coeficiente convectivo 20 W/(m² K). O plástico faz aumentar ou diminuir o calor transferido?