

# Transmissão de Calor – Condução Estacionária: Alhetas

P.J. Oliveira

Departamento Engenharia Electromecânica, UBI,  
Outubro 2014

Alhetas são extensões ou protuberâncias artificiais fixadas sobre as superfícies de transferência de calor para aumentar a sua área efectiva e, assim, incrementar a quantidade de calor transferida por unidade de tempo. Têm normalmente a forma de lamelas paralelas muito finas, ou de pinos cilíndricos ou cónicos esbeltos, que são dispostas segundo uma geometria bem definida sobre a superfície cuja taxa de calor se pretende aumentar. As alhetas são fabricadas de metal bom condutor de calor (alumínio, cobre, aço, etc.). As alhetas no radiador de um automóvel constituem um exemplo bem conhecido. A figura seguinte ilustra alhetas transversais, com forma de disco circular, colocadas sobre a parte exterior de um tubo cilíndrico.

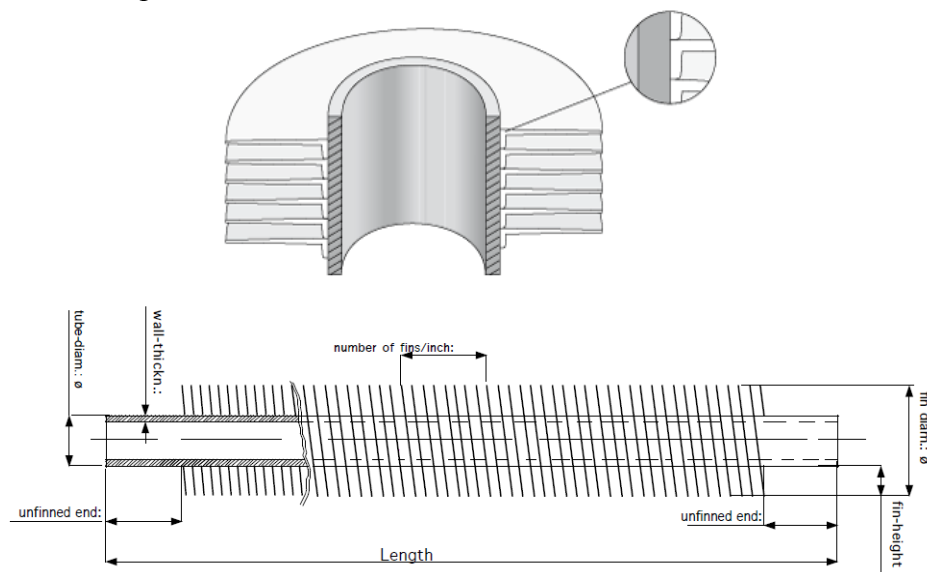


Figura 1- Ilustração de tubo com alhetas em forma de discos circulares (fonte: empresa aircofin).

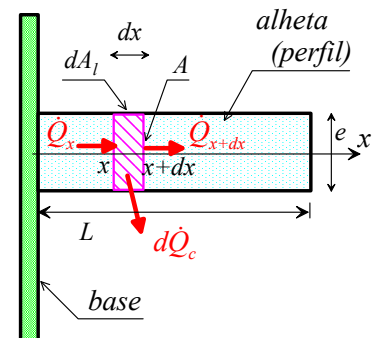
Na análise de transmissão de calor em alhetas assume-se que a condução ocorre ao longo da alheta, desprezando-se efeitos bidimensionais, e o arrefecimento é feito por convecção na superfície lateral, para o fluido circundante (temperatura  $T_\infty$ ), assumindo-se um coeficiente convectivo  $h$  constante. Desta forma, a temperatura na alheta  $T(x)$  só depende da coordenada axial  $x$ , que varia entre  $x=0$  na base da alheta, onde a temperatura é conhecida  $T_b$ , e  $x=L$  na extremidade da alheta ( $L$  - comprimento da alheta).

O balanço de energia num volume elementar entre  $x$  e  $x+dx$ , com área da secção recta  $A = A(x)$  (pode eventualmente variar ao longo da alheta) e área lateral  $dA_l$ , é:

*Calor que entra por condução em  $x$  = calor por condução que sai em  $(x+dx)$   
+ calor convectado para o fluido exterior pela área elementar lateral*

ou seja

$$\dot{Q}(x) = \dot{Q}(x+dx) + d\dot{Q}_c.$$



Exprimindo a variação diferencial do calor por condução como

$$\dot{Q}(x+dx) = \dot{Q}(x) + \frac{d\dot{Q}}{dx} dx$$

e usando a lei de Fourier para a condução ( $\dot{Q}(x) = -A(x)k dT/dx$ ) e a lei de Newton para a convecção ( $d\dot{Q}_c = (dA_l)h(T - T_\infty)$ ), obtém-se a **equação geral da alheta**:

$$-\frac{d\dot{Q}}{dx} dx = dA_l h(T - T_\infty) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d}{dx} \left( kA \frac{dT}{dx} \right) = \frac{dA_l}{dx} h(T - T_\infty)}$$

Repare-se que esta equação diferencial tem o mesmo significado físico simples dado de início: o termo da esquerda é a diminuição do calor transferido no interior da alheta por condução; o termo da direita é o calor transferido para o exterior por convecção, a partir da superfície lateral da alheta. Como a energia se conserva, os dois termos têm de ser iguais.

Para simplificar a análise, vamos considerar alhetas com área transversal constante (por exemplo, lamela com perfil rectangular, ou pino cilíndrico). Nesta situação,  $A = Cte$ , e a área lateral pode escrever-se como  $A_l = Px$ , em que  $P$  é o perímetro (constante) da secção. Assim,  $dA_l/dx = P$  e a equação geral simplifica-se para:

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{Ph}{kA} (T - T_\infty)} \quad \text{(Equação da alheta)}$$

ou

$$\boxed{\frac{d^2 T'}{dx^2} = m^2 T'} \quad \text{com } T' = T - T_\infty \text{ e } \boxed{m^2 = \frac{Ph}{kA}} \quad [1/m^2]$$

O **parâmetro adimensional**  $mL$  caracteriza o comportamento termodinâmico da alheta, como se irá verificar da análise feita no anexo:

$$\boxed{mL = \sqrt{\frac{Ph}{kA}} L}$$

Toma os seguintes valores, para duas formas de alheta típicas:

- **Placa rectangular** (largura  $W$ ; espessura  $e$ ; área secção  $A = We$ ; perímetro  $P = 2W$  desprezando as superfícies laterais nos fundos):  $mL = L\sqrt{2h/(ke)}$
- **Pino cilíndrico** (diâmetro  $D$ ;  $A = \pi D^2/4$ ;  $P = \pi D$ ):  $mL = L\sqrt{2}\sqrt{2h/(kD)}$ .

### Perfil de temperatura

A solução da equação diferencial da alheta, com duas condições de fronteira adequadas, permite obter a distribuição de temperatura ao longo da alheta  $T(x)$ . Serão fornecidos, adiante, os perfis de temperatura para dois tipos de condições de fronteira: alheta comprida e alheta isolada na extremidade. O fluxo de calor dissipado pela alheta e alguns parâmetros de desempenho usados para avaliar o efeito de alhetas são discutidos de seguida.

**Fluxo de calor conduzido ao longo da alheta:** quando a variação de temperatura é conhecida, a taxa de calor obtém-se facilmente por derivação, usando a lei de Fourier:

$$\dot{Q}(x) = -Ak \frac{dT}{dx}$$

A quantidade total de calor por unidade de tempo transferida para o exterior pela alheta é dada directamente por:

$$\dot{Q}_{tot} = \int_0^L Ph(T - T_{\infty})dx + A_e h_e (T_e - T_{\infty})$$

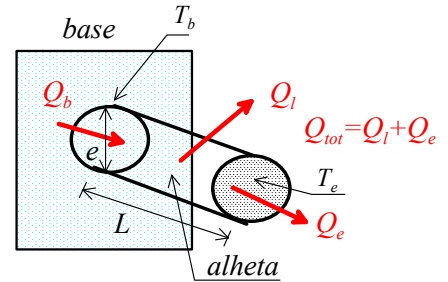
em que o ultimo termo representa o calor convectado pela extremidade da alheta, o qual é normalmente desprezado ( $A_e$  - área da extremidade;  $h_e$  - coeficiente convectivo na extremidade (poderá ser diferente de  $h$ );  $T_e = T(L)$  - temperatura na extremidade da alheta). No entanto,  $\dot{Q}_{tot}$  pode ser mais facilmente obtida considerando a conservação global de energia:

*Calor que entra pela base da alheta = calor convectado para o exterior*

o que implica:

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}(0) = \dot{Q}_b$$

em que o calor que entra por condução na base se obtém directamente da expressão para o fluxo de calor fazendo  $x = 0$ .



### Parâmetros de desempenho das alhetas

**Eficiência** (ou rendimento) – compara uma alheta real com uma correspondente ideal, em que a condução de calor seria muito rápida (toda a superfície da alheta estaria à temperatura da base):

$$\eta = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{Q}_{ideal}} = \frac{\dot{Q}_{tot}}{A_l h (T_b - T_{\infty})} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{tot} = \eta A_l h (T_b - T_{\infty})}$$

Quando a eficiência é conhecida (pode ser obtida de gráficos ou tabelas, ver abaixo), esta expressão permite determinar imediatamente a potência térmica dissipada pela alheta (calor transferido por convecção para o fluido de arrefecimento circundante). A área total de transferência de calor da alheta é a soma da área lateral e a da extremidade:  $A_t = A_l + A_e$ . Quando a secção é constante, a área da extremidade é igual à área da base,  $A_e = A_b = A$ . Para alheta esbelta, a área da secção é muito menor do que a área lateral, o que se indica como:  $A_t = A_l (1 + \varepsilon')$ , em que  $\varepsilon' = A / A_l$  é um parâmetro pequeno.

**Eficácia** – compara a alheta real com a correspondente situação sem alheta:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{Q}_{sem\ alheta}} = \frac{\dot{Q}_{tot}}{A_b h (T_b - T_{\infty})}$$

A eficácia é útil para aferir se a introdução de alhetas irá de facto aumentar a transferência de calor: isso só acontece se  $\varepsilon > 1$ . Quanto maior for a eficácia, melhor: a eficácia é o número de vezes que a potência calorífica transferida será aumentada como consequência da introdução da alheta. No entanto, o aumento de eficácia implica um aumento do comprimento da alheta; a partir de um determinado valor de comprimento, o aumento de eficácia torna-se muito pequeno e não se justifica economicamente (alheta maior, logo mais cara, mais pesada, menos compacta, etc.). De facto, verifica-se que a eficiência diminui com o aumento de  $L$ .

### Alheta infinita

A temperatura ao longo duma alheta decai de forma aproximadamente exponencial. O caso mais simples consiste em considerar uma alheta suficientemente comprida (“alheta infinita”), para a qual  $T \rightarrow T_\infty$ , quando  $L \rightarrow \infty$ . Neste caso, a solução para a temperatura, escrita de forma adimensional, é dada por (ver Anexo):

$$\theta \equiv \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mL(x/L)}$$

Repare-se que, quando  $x = 0$  (base da alheta) se tem  $e^0 = 1$ , logo  $T = T_b$  (temperatura imposta na base); e quando  $x = L$ , com  $mL \gg 1$ ,  $e^{-\infty} \rightarrow 0$  e  $T = T_\infty$  (temperatura do fluido circundante, longe da superfície da alheta).

O fluxo de calor da alheta infinita é calculado como indicado acima:

$$\dot{Q}(x) = -Ak \frac{dT}{dx} = Akm(T_b - T_\infty)e^{-mx}$$

sendo o seu valor na base da alheta dado por

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}(0) = Akm(T_b - T_\infty)e^{-m0} \Rightarrow \dot{Q} = \sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty).$$

A eficiência da alheta infinita é dada por:

$$\eta = \frac{\sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty)}{PLh(T_b - T_\infty)} = \sqrt{\frac{Ak}{PL^2h}} = \frac{1}{mL} \quad \boxed{\eta = \frac{1}{mL}}$$

e a eficácia:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty)}{Ah(T_b - T_\infty)} = \sqrt{\frac{kP}{Ah}} \quad \boxed{\varepsilon = \sqrt{\frac{kP}{Ah}}}$$

Em particular, esta expressão da eficácia mostra que:

- O material da alheta deve ter uma condutibilidade térmica  $k$  elevada;
- A geometria da alheta deve garantir que a razão entre o perímetro e a área da secção seja a maior possível (alheta fina, no caso rectangular  $e/2L \ll 1$ ; alheta esbelta, no caso de pino cilíndrico  $D/4L \ll 1$ );
- A convecção com o fluido exterior deve fazer-se com um coeficiente convectivo  $h$  reduzido, o que implica que as alhetas devem ser aplicadas na face em contacto com um fluido gasoso (ar, por exemplo), comparativamente a um líquido, e na situação de convecção natural, comparativamente à forçada.

### Alheta com fluxo de calor nulo na extremidade

Uma situação mais realista, comparativamente à alheta infinita, é considerar como condição fronteira na extremidade da alheta  $\dot{Q}(L) = 0$  (alheta isolada na ponta, o que se justifica quando  $A/A_t \ll 1$ , ou  $e/2L \ll 1$ ). A solução para este caso (ver anexo) é:

$$\theta \equiv \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh(mL(1 - x/L))}{\cosh mL}$$

$$\dot{Q}_{tot} = \sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty) \tanh mL$$

$$\eta = \frac{\tanh mL}{mL}$$

Estas são as principais fórmulas para o cálculo de alhetas. A 1ª permite por exemplo calcular a temperatura na extremidade da alheta, para  $x = L$  vem  $T_e = T_\infty + (T_b - T_\infty) / \cosh mL$ . A 3ª dá a eficiência (poderia também ser obtida de um gráfico; mas a leitura desses gráficos introduz imprecisões) que permite depois calcular o calor total trocado a partir da definição de  $\eta$ ,  $\dot{Q}_{tot} = \eta A_t h (T_b - T_\infty)$ , em vez de se usar a 2ª fórmula. Para  $mL > 2.6$ , estas fórmulas dão resultados iguais às da alheta infinita, com uma diferença inferior a 1%.

A condição de  $\dot{Q} = 0$  na extremidade só é válida para alhetas esbeltas,

$$\varepsilon' \equiv A / A_t = e / 2L \leq 0.01$$

Para valores superiores deste parâmetro, a eficiência é dada por uma expressão geral mais complicada do que a dada acima (ver Anexo). Mesmo assim, estas fórmulas podem ser usadas com boa precisão desde que se corrija o comprimento da alheta, com o valor corrigido definido como:  $L_c = L(1 + \varepsilon')$  com  $\varepsilon' = A / A_t$ , igual a  $e / 2L$  (alheta com perfil rectangular) ou  $R / 2L$  (pino cilíndrico).

### Superfícies com alhetas

A análise e fórmulas anteriores dizem respeito a uma alheta individual. Normalmente, as superfícies a arrefecer necessitam de várias fileiras de alhetas dispostas paralelamente e, por isso, na análise da eficiência é preciso ter em conta as zonas inter-alhetas em que a transferência de calor se faz como se a superfície fosse lisa (sem alhetas). Designando a área global de transferência de calor por (usam-se índices em letra maiúscula para superfície com várias alhetas):

$$A_{TOT} = A_{ALH} + A_{INTER-ALH}$$

com o peso da área superficial de todas as alhetas relativamente à área total de transferência de calor dada por:

$$\beta = \frac{A_{ALH}}{A_{TOT}}.$$

Usualmente  $\beta$  tem um valor elevado, perto da unidade ( $\beta \approx 0.8 - 0.95$ ). Note-se também que  $\beta$  pode ser determinado com base na geometria de uma única alheta e a superfície inter-alheta circundante,  $\beta = A_t / (A_t + A_{inter-alh})$ , uma vez que  $A_{ALH} = N A_t$  com  $N$  igual ao número total de alhetas na superfície (ou  $n =$  número de alhetas por metro de superfície, no caso de alhetas paralelas; quando o espaçamento entre alhetas é  $S$ , tem-se  $n = 1 / (S + e)$  alhetas/metro). O calor global transferido pela superfície com alhetas pode também ser decomposto como:

$$\dot{Q}_{TOT} = \dot{Q}_{ALH} + \dot{Q}_{INTER-ALH} = (\eta A_{ALH} + A_{INTER-ALH}) h (T_b - T_\infty)$$

ou seja

$$\dot{Q}_{TOT} = \underbrace{(\eta\beta + (1 - \beta))}_{=\eta_{TOT}} A_{TOT} h (T_b - T_\infty)$$

Nesta expressão  $\eta$  é a eficiência de uma alheta individual, que foi definida nas secções anteriores e será dada nas figuras e tabelas seguintes, e

$$\eta_{TOT} = \eta\beta + (1 - \beta)$$

é a eficiência global da superfície com alhetas, ou eficiência ponderada com a área das zonas com alhetas e entre alhetas. A eficiência global  $\eta_{TOT}$  permite desde logo calcular a quantidade global de calor transferido por unidade de tempo,

$$\dot{Q}_{TOT} = \eta_{TOT} A_{TOT} h (T_b - T_\infty)$$

e a resistência térmica da camada de alhetas,

$$R_{t,ALH} = \frac{T_b - T_\infty}{\dot{Q}_{TOT}} = \frac{T_b - T_\infty}{\eta_{TOT} A_{TOT} h (T_b - T_\infty)} = \frac{1}{(\eta_{TOT} A_{TOT} h)} \Rightarrow R_{t,ALH} = \frac{1}{(\eta_{TOT} A_{TOT} h)}.$$

**Gráficos de eficiência de alhetas:**  $\eta$  em função de  $mL$  (Nota: deve ser  $mL_c$ ).

O calor transferido obtém-se de  $\dot{Q}_{tot} = \eta A_t h (T_b - T_\infty)$ .

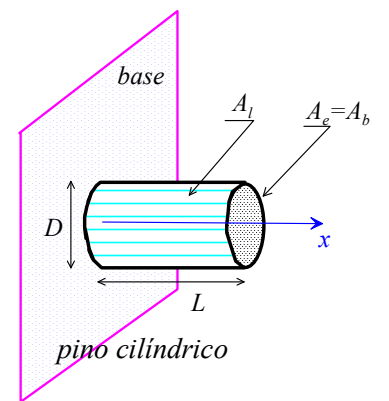
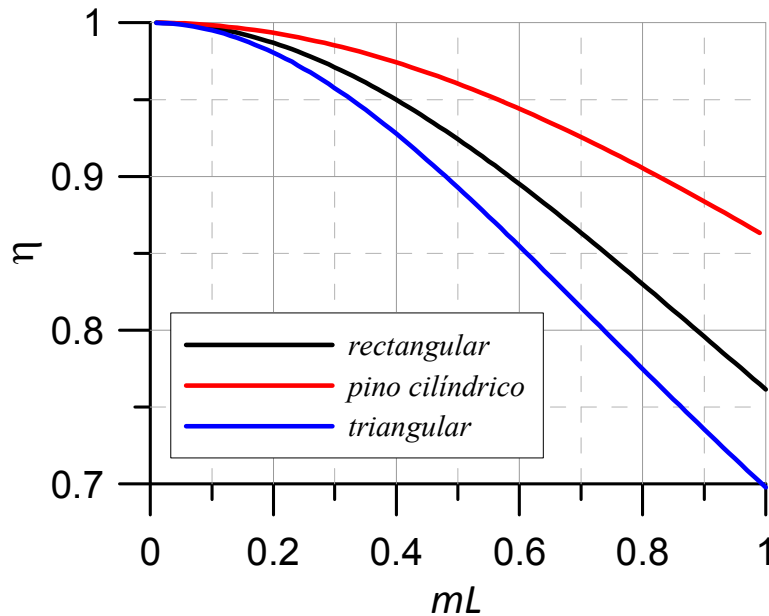
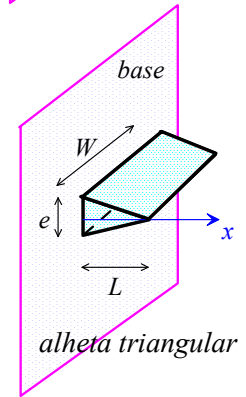
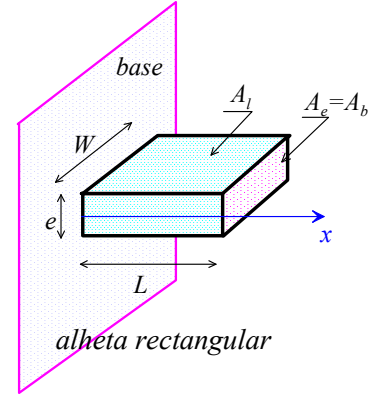
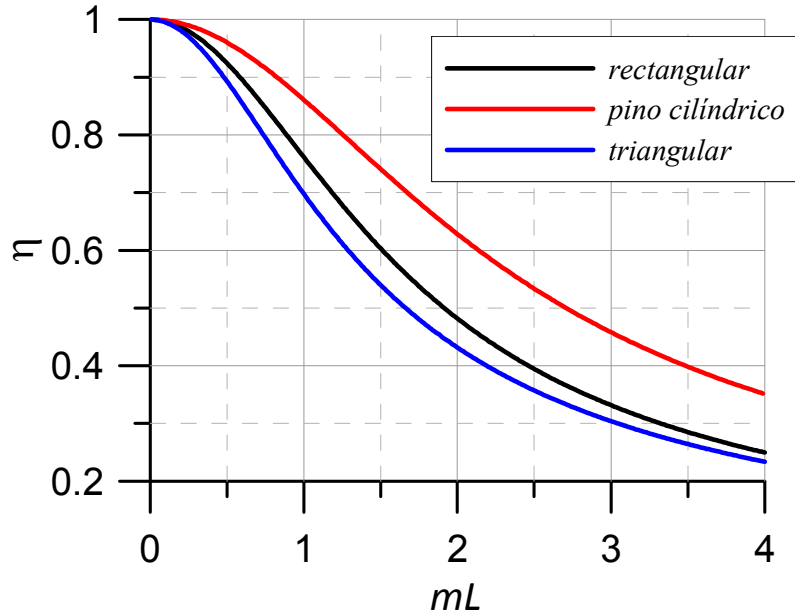


Figura 2a - Alhetas rectangulares ( $mL = L_c \sqrt{2h/ke}$ ), cilíndricas ( $mL = L_c \sqrt{2h/kD}$ ) e triangulares ( $mL = L \sqrt{2h/ke}$ ), de base plana. Áreas de troca de calor:  $A_t = 2WL_c$  (rectangular,  $L_c = L + e/2$ );  $A_t = \pi DL_c$  (cilíndrico,  $L_c = L + D/4$ );  $A_t = 2W \sqrt{L^2 + e^2/4}$  (triangular).

Nota: a área da superfície de troca de calor da alheta  $A_t$ , quando a secção é constante, corresponde à área lateral usada acima  $A_t = PL$ , com o comprimento da alheta corrigido ( $L \rightarrow L_c$ ) de forma a contabilizar a troca de calor pela superfície da extremidade da alheta: secção rectangular  $L_c = L + e/2$ ; secção circular  $L_c = L + D/4$ .

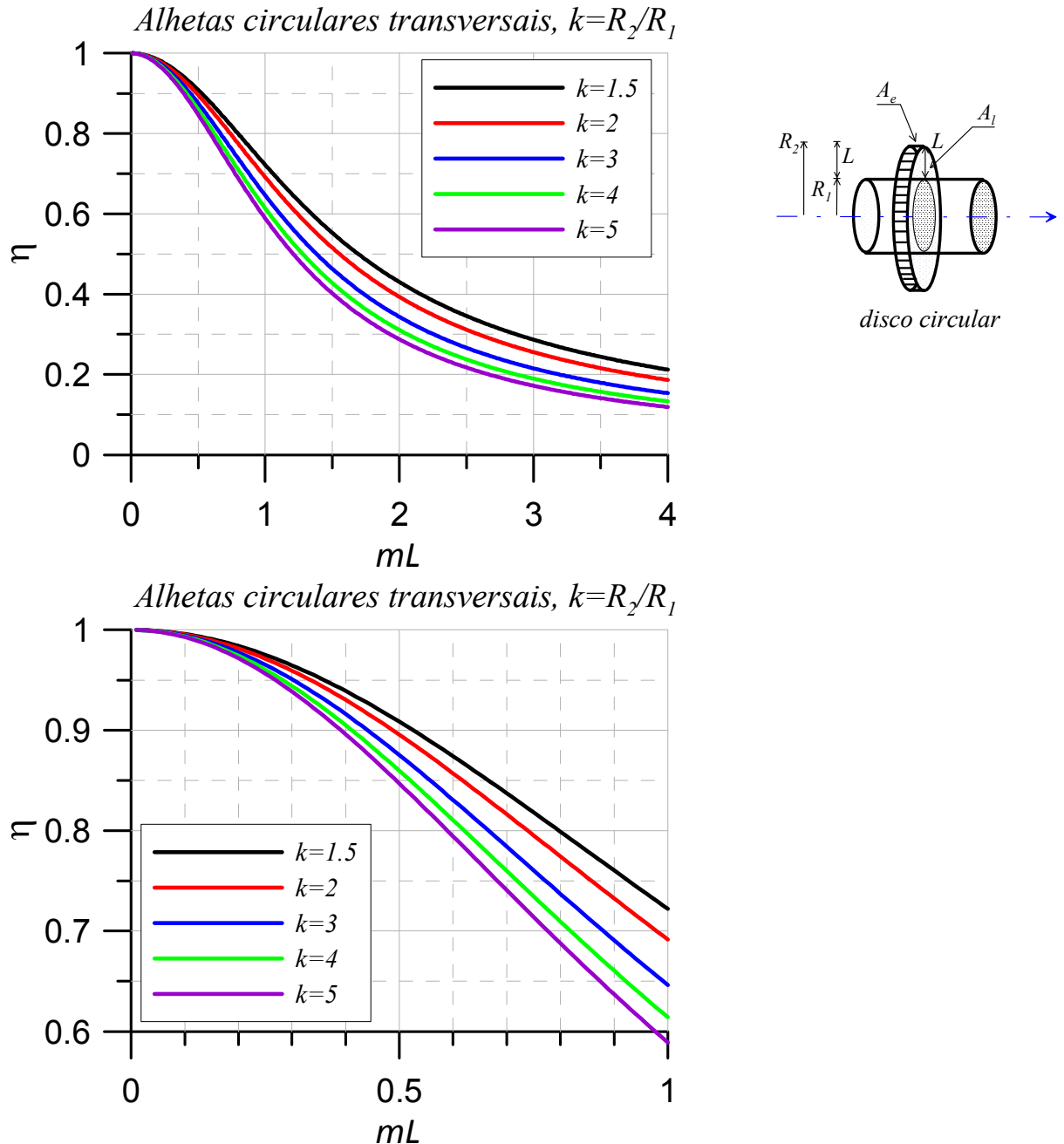


Figura 2b - Alhetas transversais em forma de disco, com base circular: de cima para baixo,  $R_{2c} / R_1 = 1.5, 2, 3, 4$  e 5. Nota:  $mL = L_c \sqrt{2h / ke}$ , com  $L_c = L + e/2$ ,  $R_{2c} = R_2 + e/2$ ,  $L = R_2 - R_1$ .

### Tabelas para alhetas

Em vez de se usarem os gráficos dados acima, pode ser mais fácil obter a eficiência das alhetas por interpolação nas tabelas dadas de seguida. Nestas tabelas usa-se  $mL = L\sqrt{2h / ke}$  para alhetas rectangulares e  $mL = L\sqrt{2h / kR}$  para pinos cilíndricos, por

forma a uma única tabela dar os resultados para os dois casos. Para alhetas triangulares  $mL = L\sqrt{2h/ke}$ , em que  $e$  é a espessura da base, e para alhetas circulares  $mL = L\sqrt{2h/ke}$  com o comprimento dado por  $L = R_2 - R_1$ . Quando a alheta não é suficientemente longa, os comprimentos devem ser corrigidos, tal como nos gráficos anteriores:  $L_c = L + e/2$  e  $L_c = L + R/2$  (pino cilíndrico);  $R_{2c} = R_2 + e/2$  e  $L_c = R_{2c} - R_1$  (alheta circular).

**Alhetas triangulares de base plana**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.1000	0.9950	1.1000	0.6618	2.1000	0.4147	3.1000	0.2953
0.2000	0.9805	1.2000	0.6281	2.2000	0.3988	3.2000	0.2869
0.3000	0.9575	1.3000	0.5965	2.3000	0.3840	3.3000	0.2790
0.4000	0.9277	1.4000	0.5672	2.4000	0.3702	3.4000	0.2715
0.5000	0.8928	1.5000	0.5400	2.5000	0.3574	3.5000	0.2644
0.6000	0.8546	1.6000	0.5148	2.6000	0.3453	3.6000	0.2577
0.7000	0.8149	1.7000	0.4916	2.7000	0.3340	3.7000	0.2513
0.8000	0.7749	1.8000	0.4701	2.8000	0.3234	3.8000	0.2452
0.9000	0.7356	1.9000	0.4502	2.9000	0.3135	3.9000	0.2394
1.0000	0.6978	2.0000	0.4318	3.0000	0.3041	4.0000	0.2338

**Alhetas rectangulares ou pinos cilíndricos**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.1000	0.9967	1.1000	0.7277	2.1000	0.4621	3.1000	0.3213
0.2000	0.9869	1.2000	0.6947	2.2000	0.4435	3.2000	0.3115
0.3000	0.9710	1.3000	0.6629	2.3000	0.4261	3.3000	0.3022
0.4000	0.9499	1.4000	0.6324	2.4000	0.4099	3.4000	0.2935
0.5000	0.9242	1.5000	0.6034	2.5000	0.3946	3.5000	0.2852
0.6000	0.8951	1.6000	0.5760	2.6000	0.3804	3.6000	0.2774
0.7000	0.8634	1.7000	0.5502	2.7000	0.3670	3.7000	0.2699
0.8000	0.8300	1.8000	0.5260	2.8000	0.3545	3.8000	0.2629
0.9000	0.7959	1.9000	0.5033	2.9000	0.3427	3.9000	0.2562
1.0000	0.7616	2.0000	0.4820	3.0000	0.3317	4.0000	0.2498

**Alhetas circulares,  $R_2/R_1=1.5$**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.100	0.9959	1.100	0.6849	2.100	0.4107	3.100	0.2770
0.200	0.9839	1.200	0.6492	2.200	0.3926	3.200	0.2679
0.300	0.9647	1.300	0.6152	2.300	0.3758	3.300	0.2594
0.400	0.9391	1.400	0.5830	2.400	0.3602	3.400	0.2515
0.500	0.9085	1.500	0.5529	2.500	0.3457	3.500	0.2439
0.600	0.8741	1.600	0.5247	2.600	0.3322	3.600	0.2368
0.700	0.8372	1.700	0.4984	2.700	0.3196	3.700	0.2301
0.800	0.7990	1.800	0.4740	2.800	0.3078	3.800	0.2237
0.900	0.7604	1.900	0.4513	2.900	0.2969	3.900	0.2177
1.000	0.7221	2.000	0.4302	3.000	0.2866	4.000	0.2120

**Alhetas circulares,  $R_2/R_1=2.0$**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.100	0.9953	1.100	0.6521	2.100	0.3743	3.100	0.2465
0.200	0.9815	1.200	0.6146	2.200	0.3567	3.200	0.2381
0.300	0.9594	1.300	0.5793	2.300	0.3404	3.300	0.2301
0.400	0.9302	1.400	0.5463	2.400	0.3254	3.400	0.2227
0.500	0.8956	1.500	0.5156	2.500	0.3115	3.500	0.2157
0.600	0.8571	1.600	0.4871	2.600	0.2986	3.600	0.2091
0.700	0.8163	1.700	0.4607	2.700	0.2867	3.700	0.2029
0.800	0.7743	1.800	0.4364	2.800	0.2756	3.800	0.1971
0.900	0.7325	1.900	0.4140	2.900	0.2652	3.900	0.1916
1.000	0.6915	2.000	0.3933	3.000	0.2555	4.000	0.1863

**Alhetas circulares,  $R_2/R_1=3.0$**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.100	0.9943	1.100	0.6043	2.100	0.3253	3.100	0.2070



0.200	0.9775	1.200	0.5649	2.200	0.3087	3.200	0.1994
0.300	0.9508	1.300	0.5283	2.300	0.2934	3.300	0.1923
0.400	0.9161	1.400	0.4945	2.400	0.2793	3.400	0.1856
0.500	0.8753	1.500	0.4634	2.500	0.2664	3.500	0.1794
0.600	0.8307	1.600	0.4349	2.600	0.2545	3.600	0.1735
0.700	0.7840	1.700	0.4089	2.700	0.2435	3.700	0.1681
0.800	0.7370	1.800	0.3851	2.800	0.2333	3.800	0.1629
0.900	0.6908	1.900	0.3634	2.900	0.2239	3.900	0.1580
1.000	0.6464	2.000	0.3435	3.000	0.2151	4.000	0.1534

**Alhetas circulares,  $R_2/R_1=4.0$**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.100	0.9934	1.100	0.5704	2.100	0.2935	3.100	0.1821
0.200	0.9743	1.200	0.5300	2.200	0.2776	3.200	0.1751
0.300	0.9441	1.300	0.4929	2.300	0.2630	3.300	0.1685
0.400	0.9050	1.400	0.4589	2.400	0.2498	3.400	0.1624
0.500	0.8597	1.500	0.4280	2.500	0.2376	3.500	0.1567
0.600	0.8106	1.600	0.3999	2.600	0.2264	3.600	0.1514
0.700	0.7599	1.700	0.3743	2.700	0.2161	3.700	0.1464
0.800	0.7094	1.800	0.3511	2.800	0.2066	3.800	0.1416
0.900	0.6605	1.900	0.3301	2.900	0.1978	3.900	0.1372
1.000	0.6140	2.000	0.3109	3.000	0.1897	4.000	0.1330

**Alhetas circulares,  $R_2/R_1=5.0$**

$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$	$mL$	$\eta$
0.100	0.9927	1.100	0.5446	2.100	0.2708	3.100	0.1649
0.200	0.9716	1.200	0.5038	2.200	0.2555	3.200	0.1583
0.300	0.9385	1.300	0.4665	2.300	0.2416	3.300	0.1521
0.400	0.8960	1.400	0.4326	2.400	0.2289	3.400	0.1464
0.500	0.8470	1.500	0.4020	2.500	0.2173	3.500	0.1411
0.600	0.7944	1.600	0.3742	2.600	0.2067	3.600	0.1361
0.700	0.7407	1.700	0.3492	2.700	0.1969	3.700	0.1314
0.800	0.6878	1.800	0.3266	2.800	0.1879	3.800	0.1271
0.900	0.6370	1.900	0.3061	2.900	0.1796	3.900	0.1229
1.000	0.5891	2.000	0.2876	3.000	0.1720	4.000	0.1191

## Exemplos de ilustração

**Exemplo 1-** Alheta rectangular de alumínio ( $k = 200 \text{ W/(m K)}$ ), com espessura  $e = 3 \text{ mm}$  e comprimento  $L = 7.5 \text{ cm}$ , colocada numa parede plana aquecida à temperatura  $T_b = 300^\circ\text{C}$ . O fluido de arrefecimento circundante está a  $T_\infty = 50^\circ\text{C}$  e o coeficiente convectivo é  $h = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ . Calcular o calor transferido pela alheta  $\dot{Q}$ , por unidade de tempo e unidade de largura da alheta.

O parâmetro adimensional  $mL$  pode ser calculado com base no comprimento da alheta  $L = 0.075 \text{ m}$ , ou no comprimento corrigido  $L_c = L + e/2 = 0.075 + 0.0003/2 = 0.0765 \text{ m}$ :

$$m = \sqrt{\frac{Ph}{kA}} = \sqrt{\frac{2h}{ke}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{200 \times 0.003}} = 5.774 \text{ 1/m}$$

$$\Rightarrow mL = 5.774 \times 0.075 = 0.4330 \quad \text{e} \quad mL_c = 5.774 \times 0.0765 = 0.4417.$$

Para alheta com extremidade isolada, a eficiência é:

$$\eta = \frac{\tanh mL}{mL} = \frac{\tanh 0.4330}{0.4330} = \frac{0.4078}{0.4330} = 0.9418$$

logo o calor total transferido vem

$$\dot{Q}_{tot} = \eta \dot{Q}_{ideal} = 0.9418 \times 375 = 353.2 \text{ W/m}$$

em que (por metro de largura da alheta)

$$\dot{Q}_{ideal} = A_l h(T_b - T_\infty) = 2Lh(T_b - T_\infty) = 2 \times 0.075 \times 10 \times (300 - 50) = 375 \text{ W/m.}$$

Nota: interpolação na Tabela daria  $\eta = 0.9419$  (uma diferença muito pequena).

Se basearmos agora o cálculo no comprimento corrigido, para compensar a área da extremidade, o rendimento fica:

$$\eta = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} = \frac{\tanh 0.4417}{0.4417} = \frac{0.4150}{0.4417} = 0.9397 \text{ (Nota: da Tabela } \eta = 0.9392 \text{)}$$

A área de troca de calor é agora :

$$A_t = A_l + A_e = 2WL + We = 2WL(1 + e/2L) = 2WL_c$$

em que  $W$  é largura da alheta, aqui considerada como 1 m; fica assim justificada a definição de  $L_c$ . O calor máximo (ideal) transferido é calculado com base nesta área total:

$$\dot{Q}_{ideal} = A_t h(T_b - T_\infty) = 2L_c h(T_b - T_\infty) = 2 \times 0.0765 \times 10 \times (300 - 50) = 382.5 \text{ W/m.}$$

e portanto o calor efectivamente transferido vem

$$\dot{Q}_{tot} = \eta \dot{Q}_{ideal} = 0.9397 \times 382.5 = 359.4 \text{ W/m.}$$

Repare-se que a diferença relativa das eficiências obtidas pelos dois métodos é só de 0.2%, mas a diferença dos valores da potência calorífica aumenta para 1.7%. Este erro resulta sobretudo da diferença entre a área lateral e a área total da alheta, ou seja da relação:

$$\varepsilon' = A / A_l = e / 2L = 0.02 = 2 \%$$

que aparece na definição de  $L_c = L(1 + e/2L) = L(1 + \varepsilon')$ . Portanto, para que as fórmulas válidas para alheta com extremidade isolada dêem o calor transferido com precisão inferior a 1% deve ter-se  $\varepsilon' \leq 0.01$ , ou seja uma relação espessura/comprimento  $e/L \leq 0.02$ .

Nota: a utilização da Figura 1ª, para  $mL_c = 0.44$ , permite ler, aproximadamente,  $\eta = 0.93$  - valor próximo do aqui utilizado. No entanto, é sempre melhor utilizar fórmulas, quando estas estão disponíveis.

**Exemplo 2** – Um tubo de diâmetro exterior  $d = 3$  cm transporta vapor de água a 120 °C quando a temperatura exterior é 25 °C. Para fazer aumentar a troca de calor, foram colocadas transversalmente, sobre a superfície exterior do tubo, alhetas circulares de alumínio ( $k = 180 \text{ W/(m K)}$ ), com diâmetro  $D = 6$  cm, espessura  $e = 2$  mm e separação entre alhetas de  $S = 3$  mm. O coeficiente convectivo exterior é  $h = 60 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$  e a resistência térmica devida à espessura do tubo pode ser desprezada. Calcular a potência calorífica trocada, por metro de comprimento de tubo, e a eficácia duma alheta e a eficácia global.

O número de alhetas por metro de comprimento de tubo é:

$$n = \frac{1}{e + S} = \frac{1}{0.002 + 0.003} = \frac{1}{5 \times 10^{-3}} = 200 \text{ alhetas/metro.}$$

O raio interior das alhetas é  $R_1 = d / 2 = 3 / 2 = 1.5 \text{ cm}$ , o raio exterior  $R_2 = D / 2 = 6 / 2 = 3 \text{ cm}$  e o comprimento  $L = R_2 - R_1 = 1.5 \text{ cm}$ . A área de transferência de calor de uma alheta, contabilizando a extremidade, é:

$$A_t = A_i + A_e = 2\pi(R_2^2 - R_1^2) + 2\pi R_2 e = 4.24 \times 10^{-3} + 3.77 \times 10^{-4} = 4.618 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

e os parâmetros usados na Figura 2b são:

$$\frac{R_{2c}}{R_1} = \frac{R_2 + \frac{1}{2}e}{R_1} = \frac{3 + 0.2 / 2}{1.5} = 2.07$$

e

$$mL \equiv mL_c = L_c \sqrt{\frac{2h}{ke}} = 0.016 \sqrt{\frac{2 \times 60}{180 \times 0.002}} = 0.292$$

em que o comprimento corrigido da alheta é calculado pela fórmula usual:

$$L_c = L + \frac{1}{2}e = 1.5 + 0.2 / 2 = 1.6 \text{ cm}.$$

Da Figura 2b lê-se o valor do rendimento de uma alheta única com  $R_{2c} / R_1 = 2.07$  e  $\xi = 0.206$  (como sempre a leitura está acompanhada de alguma imprecisão):

$$\eta \approx 0.95$$

(Das Tabelas, com  $mL_c = 0.292$  e  $R_{2c} / R_1 = 2.07$ , obtém-se por interpolação:  $\eta = 0.9606$ ; uma diferença de 1.1%)

A potência calorífica transferida por uma alheta é:

$$\dot{Q}_{tot} = \eta A_t h(T_b - T_\infty) = 0.95 \times 4.62 \times 10^{-3} \times 60 \times (120 - 25) = 25.01 \text{ W}$$

Como se têm 200 alhetas por metro de tubo, a taxa de calor global trocado por estas alhetas é:

$$\dot{Q}_{ALH} = n \dot{Q}_{tot} = 200 \times 25 = 5001.4 \text{ W/m}.$$

A taxa de calor global trocado pela zona entre alhetas é:

$$\dot{Q}_{INTER-ALH} = A_{INTER-ALH} h(T_b - T_\infty) = 0.05655 \times 60 \times (120 - 25) = 322.3 \text{ W/m}$$

em que a área global entre alhetas, por metro de tubo, é

$$A_{INTER-ALH} = n 2\pi R_1 S = 200 \times 2 \times \pi \times 0.015 \times 0.003 = 0.05655 \text{ m}^2/\text{m}$$

Portanto o calor global transferido por metro de tubo e por segundo, é:

$$\dot{Q}_{TOT} = \dot{Q}_{ALH} + \dot{Q}_{INTER-ALH} = 5001.4 + 322.3 = 5324 \text{ W/m}.$$

Este resultado poderia também ser obtido através da noção de eficiência global da superfície alhetada:

$$A_{ALH} = n A_t = 200 \times 4.618 \times 10^{-3} = 0.9236 \text{ m}^2$$

$$A_{TOT} = A_{ALH} + A_{INTER-ALH} = 0.9236 + 0.05655 = 0.9802 \text{ m}^2$$

$$\beta = A_{ALH} / A_{TOT} = 0.9236 / 0.9802 = 0.9423$$

$$\eta_{TOT} = (1 - \beta) + \beta \eta = (1 - 0.9423) + 0.95 \times 0.9423 = 0.9529$$

$$\dot{Q}_{TOT} = \eta_{TOT} A_{TOT} h(T_b - T_\infty) = 0.9529 \times 0.9802 \times 60 \times 95 = 5324 \text{ W/m}.$$

valor igual ao anterior, como seria de esperar.

A taxa de calor transferido pelo tubo liso (na ausência de alhetas) é:

$$\dot{Q}_{SEM ALH} = A_{TUBO} h(T_b - T_\infty) = 0.09425 \times 60 \times (120 - 25) = 537.2 \text{ W/m}$$

com  $A_{TUBO} = 2\pi R_1 L_{TUBO} = 2 \times \pi \times 0.015 \times 1 = 0.09425 \text{ m}^2/\text{m}$ .

A eficácia global deste tubo alhetado é dada por:

$$\varepsilon_{TOT} = \frac{\dot{Q}_{TOT}}{\dot{Q}_{SEM\ ALH}} = \frac{5324}{537.2} = 9.91$$

ou seja, a introdução de alhetas aumenta de 9.9 vezes a taxa de transferência de calor. No caso de uma única alheta, a eficácia é

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{Q}_{sem\ alheta}} = \frac{25.01}{1.074} = 23.3$$

em que a taxa de calor transferido quando não há alhetas, por uma área igual à área da base da alheta, à temperatura  $T_b$ , é

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{sem\ alheta} &= A_b h(T_b - T_\infty) = (2\pi R_l e) h(T_b - T_\infty) = \\ &= (2\pi \times 0.015 \times 0.002) \times 60 \times (120 - 25) = 1.074 \text{ W}.\end{aligned}$$

Conclui-se que a eficácia do conjunto de alhetas disposto no tubo é significativamente inferior à eficácia de uma única alheta (menos de metade).

## Anexo – Dedução de algumas fórmulas para alhetas com área de secção constante

A equação diferencial a resolver é

$$\frac{d^2 T'}{dx^2} = m^2 T' \quad \text{com } T' = T - T_\infty \quad \text{e } m = \sqrt{Ph / Ak}$$

A solução geral desta equação é

$$T'(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

em que  $C_1$  e  $C_2$  são as duas constantes de integração, determinadas a partir das condições de fronteira. É fácil comprovar que esta é a solução da equação diferencial; derivando uma vez tem-se

$$dT' / dx = mC_1 e^{mx} - mC_2 e^{-mx}$$

e derivando novamente

$$d^2 T' / dx^2 = m^2 C_1 e^{mx} + m^2 C_2 e^{-mx} = m^2 (C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}) = m^2 T'$$

ficando claro que  $T'(x)$  satisfaz a equação de partida.

### Caso a) Alheta infinita

Condições de fronteira:

$$1^{\text{a}} - \text{para } x = 0, T' = T'_b \equiv T_b - T_\infty ;$$

$$2^{\text{a}} - \text{para } x \rightarrow \infty, T' \rightarrow 0 \quad (T_L = T_\infty).$$

A 2ª condição implica  $C_1 = 0$ , pelo que a solução fica  $T'(x) = C_2 e^{-mx}$ ; a 1ª condição implica  $T'(0) = T'_b = C_2 e^{-m \cdot 0} = C_2$  ou  $C_2 = T'_b = T_b - T_\infty$ . Desta forma, a solução é dada pelo decaimento exponencial da temperatura ao longo da alheta:

$$T'(x) = T'_b e^{-mx}$$

que se pode escrever de forma dimensional

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) e^{-mx}$$

ou adimensional (com  $x' = x / L$ )

$$\theta(x') \equiv \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-(mL)x'}$$

A taxa de transferência de calor num plano  $x$  é

$$\dot{Q}(x) = -AkdT' / dx = +AkmT'_b e^{-mx}$$

pelo que o calor total transferido pela alheta fica

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}(0) = AkmT'_b = \sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty).$$

A eficiência é

$$\eta = \dot{Q}_{tot} / \dot{Q}_{\max} = \sqrt{AkPh}(T_b - T_\infty) / (PLh(T_b - T_\infty)) = 1 / mL.$$

### Caso b) Alheta isolada na ponta

Condições de fronteira:

$$1^{\text{a}} - \text{para } x = 0, T' = T'_b \equiv T_b - T_\infty ;$$

$$2^{\text{a}} - \text{para } x = L, dT' / dx = 0.$$

Substituindo na solução geral:

$$T'_b = C_1 + C_2$$

$$0 = mC_1 e^{mL} - mC_2 e^{-mL}$$

Resolvendo este sistema (por exemplo, multiplicar a 1ª por  $e^{mL}$  e subtrair da 2ª; depois multiplicar a 1ª por  $e^{-mL}$  e somar à 2ª) obtém-se:

$$C_1 = \frac{T'_b e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \text{ e } C_2 = \frac{T'_b e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}.$$

Substituindo estas constantes na solução geral, obtemos a solução particular para o perfil de temperatura ao longo da alheta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{e^{mx} e^{-mL} + e^{-mx} e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} = \frac{e^{m(x-L)} + e^{-m(x-L)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \Rightarrow \theta(x') = \frac{\cosh(mL(1-x'))}{\cosh(mL)}$$

Verifica-se uma vez mais que a solução só depende do grupo adimensional  $mL$ . A taxa de transferência de calor por condução ao longo da alheta obtém-se da primeira derivada da temperatura:

$$\dot{Q}(x) = -kAdT'/dx = -kA(mC_1 e^{mx} - mC_2 e^{-mx}) = \frac{kAmT'_b(-e^{-mL} e^{mx} + e^{mL} e^{-mx})}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

ou

$$\dot{Q}(x) = kA\sqrt{\frac{Ph}{kA}} T'_b \frac{(e^{m(L-x)} - e^{-m(L-x)})}{e^{mL} + e^{-mL}} = \sqrt{kAPh}(T_b - T_\infty) \frac{\sinh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$$

A taxa total de calor transferida pela alheta é

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}(0) = \sqrt{kAPh}(T_b - T_\infty) \frac{\sinh(mL)}{\cosh(mL)} \Rightarrow \dot{Q}_{tot} = \sqrt{kAPh}(T_b - T_\infty) \tanh(mL)$$

e a eficiência da alheta

$$\eta = \dot{Q}_{tot} / \dot{Q}_{max} = \sqrt{kAPh}(T_b - T_\infty) \tanh(mL) / (PLh(T_b - T_\infty)) = \tanh mL / mL.$$

ou

$$\eta = \frac{\tanh(mL)}{mL}.$$

### Caso c) Alheta com convecção na ponta (caso mais geral)

Condições de fronteira:

$$1^a\text{- para } x = 0, T' = T'_b \equiv T_b - T_\infty;$$

$$2^a\text{- para } x = L, -kdT'/dx = h_e T'.$$

Neste caso a resolução é mais trabalhosa e dá-se só o resultado final:

$$\theta(x') = \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh(mL(1-x')) + A \sinh(mL(1-x'))}{\cosh(mL) + A \sinh(mL)}$$

em que o parâmetro adimensional  $A = h_e / mk$  se pode escrever como

$A = \varepsilon' \times mL \times (h_e / h)$ , com  $\varepsilon' = A / A_l = A / PL$  (inverso da esbelteza, ou espessura relativa; para alheta rectangular  $\varepsilon' = e / 2L$ ; para cilíndrica  $\varepsilon' = R / 2L$ ). A eficiência é:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_b}{\dot{Q}_{ideal}} = \frac{1}{mL(1+\varepsilon')} \frac{\sinh(mL) + A \cosh(mL)}{\cosh(mL) + A \sinh(mL)}.$$

Constata-se que a eficiência depende ainda essencialmente de  $mL$ , mas depende agora também de  $\varepsilon'$  e  $h_e / h$ .

A figura seguinte (Figura A1) compara as eficiências da alheta infinita, alheta com extremidade isolada, e alheta com convecção na extremidade (caso geral), para relações espessura/comprimento de 1/10 e 1/20 (usa-se  $h_e = h$ ). Verifica-se que para esta última relação (comprimento 20 vezes superior à espessura) é já pequena a diferença entre a eficiência dada pela fórmula da alheta de extremidade isolada e a fórmula geral. No

entanto, o erro no cálculo da quantidade total de calor é aproximadamente igual a  $\varepsilon'$ , sendo portanto ainda de 2.5% nessa situação ( $L/e = 20$ ). É por isso conveniente usar a superfície total de transferência de calor no cálculo de  $\dot{Q}_{tot}$  a partir de  $\eta$ .

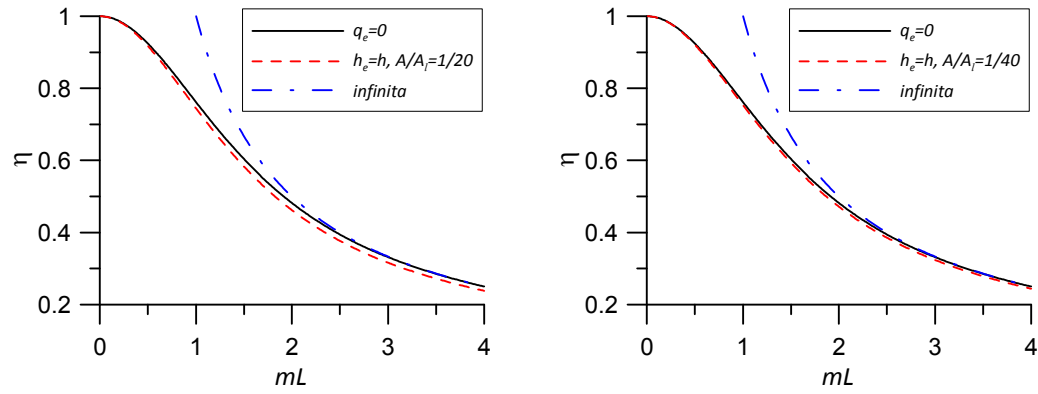


Figura A1 – Gráficos de eficiência de alheta  $\eta$  em função do grupo adimensional  $mL$ .

## 440 | Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer

**TABLE 10–5**

The variation of heat transfer from a fin relative to that from an infinitely long fin

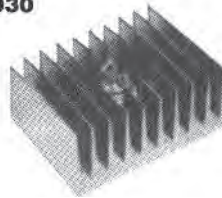
$mL$	$\frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{long fin}}} = \tanh mL$
0.1	0.100
0.2	0.197
0.5	0.462
1.0	0.762
1.5	0.905
2.0	0.964
2.5	0.987
3.0	0.995
4.0	0.999
5.0	1.000

transfer. We certainly would not hesitate sacrificing 1 percent in heat transfer performance in return for 50 percent reduction in the size and possibly the cost of the fin. In practice, a fin length that corresponds to about  $mL = 1$  will transfer 76.2 percent of the heat that can be transferred by an infinitely long fin, and thus it should offer a good compromise between heat transfer performance and the fin size.

**TABLE 10–6**

Combined natural convection and radiation thermal resistance of various heat sinks used in the cooling of electronic devices between the heat sink and the surroundings. All fins are made of aluminum 6063T-5, are black anodized, and are 76 mm (3 in) long.

**HS 5030**



$R = 0.9^\circ\text{C/W}$  (vertical)  
 $R = 1.2^\circ\text{C/W}$  (horizontal)

Dimensions: 76 mm  $\times$  105 mm  $\times$  44 mm  
Surface area: 677 cm<sup>2</sup>

**HS 6065**



$R = 5^\circ\text{C/W}$

Dimensions: 76 mm  $\times$  38 mm  $\times$  24 mm  
Surface area: 387 cm<sup>2</sup>

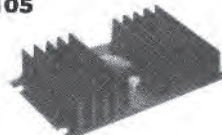
**HS 6071**



$R = 1.4^\circ\text{C/W}$  (vertical)  
 $R = 1.8^\circ\text{C/W}$  (horizontal)

Dimensions: 76 mm  $\times$  92 mm  $\times$  26 mm  
Surface area: 968 cm<sup>2</sup>

**HS 6105**



$R = 1.8^\circ\text{C/W}$  (vertical)  
 $R = 2.1^\circ\text{C/W}$  (horizontal)

Dimensions: 76 mm  $\times$  127 mm  $\times$  91 mm  
Surface area: 677 cm<sup>2</sup>

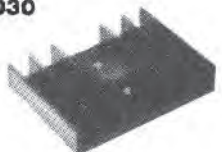
**HS 6115**



$R = 1.1^\circ\text{C/W}$  (vertical)  
 $R = 1.3^\circ\text{C/W}$  (horizontal)

Dimensions: 76 mm  $\times$  102 mm  $\times$  25 mm  
Surface area: 929 cm<sup>2</sup>

**HS 7030**



$R = 2.9^\circ\text{C/W}$  (vertical)  
 $R = 3.1^\circ\text{C/W}$  (horizontal)

Dimensions: 76 mm  $\times$  97 mm  $\times$  19 mm  
Surface area: 290 cm<sup>2</sup>



#### Capítulo 4 – Alhetas (condução de calor em regime permanente)

##### Exercícios:

- 1) Um transistor com potência 15 W (máxima) tem uma resistência térmica de 25 °C/W. Se a temperatura máxima admissível for 80 °C, qual a potência limite de funcionamento para uma temperatura exterior, a infinito, de 30 °C?
- 2) Um transistor com potência nominal de 40 W deve ser arrefecido com um dos elementos arrefecedores indicados na tabela dada no final das folhas. Seleccionar um elemento (“heat sink”) que assegure uma temperatura superficial inferior a 90 °C para uma temperatura exterior de 20 °C.
- 3) Uma conduta circular com diâmetro exterior de 5 cm transporta vapor a 180 °C. Para aumentar a taxa de arrefecimento, instalaram-se alhetas circulares transversais de alumínio ( $k = 186 \text{ W/(m.K)}$ ), com diâmetro exterior 6 cm e espessura 1 mm. Quando o passo entre alhetas é de 3 mm, a temperatura do ar adjacente 25 °C e o coeficiente convectivo 40 W/(m<sup>2</sup>.K), calcular o aumento da taxa de transferência de calor como resultado da introdução das alhetas.
- 4) Uma colher de aço inox ( $k = 15.1 \text{ W/(m.K)}$ ) tem a extremidade mergulhada em água a ferver a 95 °C, quando o ambiente na cozinha está a 25 °C. A colher tem secção rectangular, 0.2 cm x 1 cm, e comprimento 18 cm. O coeficiente convectivo para o exterior é 15 W/(m<sup>2</sup>.K). Calcular a potência calorífica dissipado pelo cabo da colher e a temperatura na extremidade.
- 5) Repetir o exercício anterior para uma colher de prata, condutibilidade térmica  $k = 427 \text{ W/(m.K)}$ .
- 6) Uma placa de circuitos rectangular impregnada em cobre ( $k = 20 \text{ W/(m.K)}$ ), com dimensões 0.3 x 12 x 18 cm<sup>3</sup>, contém numa das faces 80 chips electrónicos compactados, com 0.04 W de potência cada um. O calor é transferido para a outra face da placa. A temperatura do ar exterior é 40 °C e o coeficiente convectivo 50 W/(m<sup>2</sup>.K). Obter: a) Temperaturas em cada um dos lados da placa; b) Novas temperaturas em cada interface quando se aplica uma placa de alumínio (0.2x12x18 cm,  $k = 237 \text{ W/(m.K)}$ ), com 864 pinos cilíndricos (2 cm comprimento x 0.25 cm diâmetro, cada um), unida à placa electrónica através de uma camada de adesivo epoxy (espessura 0.02 cm,  $k = 1.8 \text{ W/(m.K)}$ ).
- 7) Repetir o exercício anterior quando as alhetas são de cobre e estão montada numa placa de cobre com as mesmas dimensões; condutibilidade térmica do cobre 386 W/(m.K).
- 8) Uma superfície quente (100 °C) é arrefecida com pinos cilíndricos (3 cm comprimento x 0.25 cm diâmetro) de alumínio ( $k = 237 \text{ W/(m.K)}$ ). O arranjo é tal que o espaçamento entre os centros das alhetas é 0.6 cm. A temperatura do ar exterior é 30 °C e o respectivo coeficiente convectivo  $h = 35 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$ . Calcular a potência dissipada por m<sup>2</sup> de superfície e o aumento da taxa de arrefecimento decorrente da introdução das alhetas.
- 9) Uma das pás metálicas ( $k = 20 \text{ W/(m.K)}$ ) de uma turbina de gás tem área de secção  $A = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e perímetro  $P = 0.11 \text{ m}$  (constantes), e comprimento  $L = 5 \text{ cm}$ . Verificar se a temperatura máxima nas pás é inferior a 1050°C quando a temperatura dos gases quentes exteriores é 1200 °C e a temperatura na base da coroa em que as pás estão fixadas é 300 °C. O coeficiente de transmissão de calor é  $h = 250 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$ .