Transmissão de Calor – Convecção Forçada

P.J. Oliveira
Departamento Engenharia Electromecânica, UBI,
Dezembro 2014

1. Introdução

Na convecção forçada o fluxo de calor $\dot{q}_c$ entre uma parede aquecida à temperatura T_w e um fluido mais frio (temperatura média, longe da parede, T_∞) é determinado a partir da lei de Newton do arrefecimento:

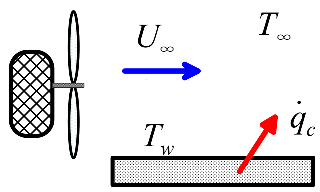
$$\dot{q}_c = h(T_w - T_\infty) \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

O número de Nusselt é o parâmetro adimensional principal, fornecendo o coeficiente convectivo que permite calcular o calor transferido:

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

com significado físico

$$Nu = \frac{\textit{fluxo por convecção}}{\textit{fluxo por condução pura}} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T / L}.$$



em que

h - coeficiente convectivo [W/(m^2 K)]
L - dimensão característica [m]
k - condutibilidade térmica do fluido [W/(m K)]
ΔT - diferença de temperaturas, entre a parede e o fluido longe da parede [K]

O movimento do fluido em convecção forçada é gerado por uma fonte de energia externa (bomba, ventilador, etc) que permite definir uma escala de velocidade típica:

U_∞ - velocidade longe da parede [m/s]

Esta velocidade aparece num novo número adimensional, o número de Reynolds, importante em convecção forçada (e de facto em toda a mecânica de fluidos), definido como a razão entre as forças de inércia (convectivas) promotoras do movimento, e as forças de viscosidade que se opõem ao movimento:

$$Re = \frac{\textit{forças de inércia}}{\textit{forças de viscosidade}} = \frac{\rho UU}{\mu U / L} = \frac{\rho UL}{\mu} \qquad \Rightarrow Re = \frac{\rho U_\infty L}{\mu}$$

O escoamento é laminar quando o número de Reynolds é inferior a um valor crítico, Re_{cr}, que depende da geometria, e transita para o regime turbulento quando Re é superior a esse valor crítico.

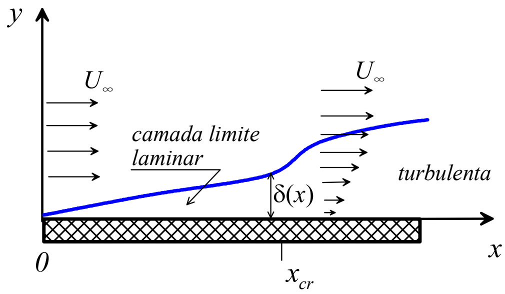
A viscosidade é definida através da lei de Newton para fluido viscoso, que relaciona a força por unidade de área (tensão, $\tau = F / A$) que uma camada de fluido exerce sobre a que lhe está adjacente, a uma distância Δy, quando a diferença de velocidades entre as duas é Δu:

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} \qquad \Rightarrow \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

O coeficiente de viscosidade μ [Pa.s]=[kg/(m.s)] é constante (a uma determinada temperatura) para um fluido newtoniano (como o ar, ou a água). Mede a facilidade do deslizamento entre camadas de fluido quando são submetidas a uma determinada força de corte (tangencial). Se a temperatura aumentar, a viscosidade dos gases aumenta

(maior tendência para choques moleculares) e a viscosidade dos líquidos diminui (menor ligação entre moléculas).

Camada limite. Qualquer fluido usual adere a uma parede sólida que o contenha. Num escoamento sobre uma superfície sólida estacionária (imóvel), existe uma fina camada de fluido na qual as velocidades variam abruptamente, desde a velocidade imposta a infinito U_∞ pela força motriz que gera o movimento, até a velocidade nula na parede resultante da condição de não escorregamento ($u = 0$ para $y = 0$). Toma-se x como a distância segundo o movimento, a que corresponde uma componente de velocidade u, e y a distância normal à parede. Esta zona de elevados gradientes de velocidade $\partial u / \partial y$ designa-se como camada limite (conceito introduzido por Prandtl). O escoamento fora da camada limite é potencial (o fluido comporta-se como ideal, e a viscosidade é irrelevante); é somente dentro da camada limite que a viscosidade se torna importante. A espessura da camada limite δ é definida como a distância da parede para a qual a velocidade fica 1 % diferente da velocidade a infinito: $\delta = y$ para $u = 0.99U_\infty$. Por causa da condição de não escorregamento, o fluxo de calor convectivo é igual ao fluxo por condução calculado exactamente sobre a parede: $\dot{q}_c = \dot{q}_{cond,w} = -k(\partial T / \partial y)_w$.



Camada limite térmica. Quando a superfície sólida (parede) é aquecida (ou arrefecida relativamente à temperatura do fluido a infinito, longa da parede), existe uma camada limite de temperaturas semelhante à camada limite de velocidades. Nessa camada de fluido a temperatura varia muito rapidamente desde a temperatura imposta na parede até à temperatura do fluido não perturbado, longe da parede. A espessura dessa camada limite térmica é indicada por δ_t (y para $T - T_w = 0.99(T_\infty - T_w)$), e verifica-se que a razão entre as duas espessuras é função do número de Prandtl,

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\mu / \rho}{k / (\rho c_p)} = \frac{\nu}{\alpha}$$

em que

- ρ - massa volúmica [kg/m^3]
- c_p - capacidade térmica a pressão constante [J/kg K]
- ν - viscosidade cinemática [m^2/s]
- α - difusividade térmica [m^2/s]

Fisicamente o número de Prandtl representa

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\textit{difusão da quantidade de movimento (velocidades)}}{\textit{difusão do calor (temperatura)}}$$

Quando:

- $Pr \gg 1$: o campo de velocidade desenvolve-se rapidamente (óleos viscosos);
- $Pr \ll 1$: o campo de temperatura desenvolve-se rapidamente (metais líquidos);
- $Pr \approx 1$: os campos de velocidade e temperatura desenvolvem-se simultaneamente (gases).

Valores típicos do número de Prandtl:

Fluido	Pr
Metais líquidos	0.004 – 0.03
Gases	0.7 – 1.0
Água	1.7 – 13.7
Fluidos orgânicos	5 – 50
Óleos	50 – 100 000
glicerina	2000 – 100 000

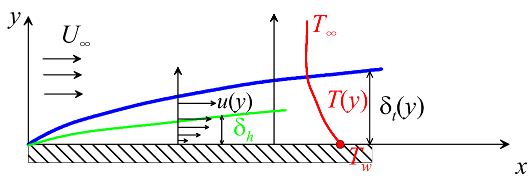
No caso de camada limite sobre placa plana, demonstra-se que:

$$Pr \cong \left(\frac{\delta}{\delta_t}\right)^3$$

2. Escoamentos exteriores (camada limite)

2.1 Placa plana de comprimento *L* (geral): $Nu = CRe^m Pr^n$ $\qquad Re_{cr} = 5\times10^5$

a. Convecção forçada sobre placa isotérmica (T_w)



Nusselt médios ($Nu = hL/k$; $Re = U_\infty L/\nu$)**:**

$Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3}$ — laminar, $Re < 5\times10^5$; $Pr \geq 0.6$

$Nu = 0.037Re^{4/5}Pr^{1/3}$ — turbulento, $5\times10^5 < Re < 10^7; 0.6 \leq Pr \leq 60$

$Nu = \left(0.037Re^{4/5} - 871\right)Pr^{1/3}$ — parte laminar, resto turbulento, $5\times10^5 < Re$

Nusselt locais ($Nu_x = h_x x/k$; $Re_x = U_\infty x/\nu$)**:**

$Nu_x = 0.332Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$ — laminar, $Re_x < 5\times10^5$; $Pr \geq 0.6$ (Nota: $h = 2h_x$)

$Nu_x = 0.0296Re_x^{4/5}Pr^{1/3}$ — turbulento, $5\times10^5 < Re_x < 10^7; 0.6 \leq Pr \leq 60$

(Nota: $h = \frac{1}{L}\int_o^L h_x dx = \frac{5}{4}h_x$)

Coeficientes de atrito médios ($C_f = \tau_w / (\frac{1}{2}\rho U_\infty^2)$)**:**

$C_f = \dfrac{1.328}{Re^{1/2}}$ — laminar, $Re < 5\times10^5$; $Pr \geq 0.6$

$C_f = \dfrac{0.074}{Re^{1/5}}$ — turbulento, $5\times10^5 < Re < 10^7; 0.6 \leq Pr \leq 60$

$C_f = 0.074/Re^{1/5} - 1742/Re$ — parte laminar e restante parte turbulenta

b. Convecção forçada sobre placa com fluxo de calor ($\dot{q}_w$) imposto:

$Nu_x = 0.453Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$ — laminar, $Re < 5\times10^5$

$$Nu_x = 0.0308 Re_x^{0.8} Pr^{1/3} \qquad \text{turbulento, } Re > 5\times10^5$$

No caso laminar, a diferença de temperaturas média entre a parede e o fluido é dada por:

$$\Delta T = \overline{T}_w - T_\infty = (\dot{q}_w L / k) / (0.6795 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \quad \Leftrightarrow Nu = 0.6795 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

2.2 Convecção forçada sobre cilindro ($Re = U_\infty D / \nu$, D -diâmetro; $Re_{cr} = 2\times10^5$)

Nusselt médio ($Nu = hD/k$):

$$Nu = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left(1+(0.4/Pr)^{2/3}\right)^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{28\ 200}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad RePr > 0.2$$

(*Churchill e Bernstein*; propriedades a $T_f = 0.5(T_\infty + T_w)$)

Coeficiente de resistência ("*drag*") médio (cilindro: diâmetro - *D*; comprimento - *L*):

$$C_D = 1.18 + \frac{6.8}{Re^{0.89}} + \frac{1.96}{Re^{0.5}} - \frac{0.0004 Re}{1 + 3.64\times10^{-7} Re^2} \qquad 10^{-4} < Re < 2\times10^5$$

A força de resistência é: $F_D = C_D A_f \frac{1}{2}\rho U^2$ (área frontal do cilindro: $A_f = LD$).

2.3 Convecção forçada sobre esfera de diâmetro *D* ($Re = U_\infty D / \nu$)

Nusselt médio ($Nu = hD/k$):

$$Nu = 2 + \left(0.4 Re^{1/2} + 0.06 Re^{2/3}\right) Pr^{0.4} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{1/4} \qquad 3.5 < Re < 80\ 000;\ 0.7 < Pr < 380$$

(*Whitaker*; propriedades a T_∞)

Coeficiente de resistência ("*drag*") médio (*F.A. Morrison*)

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{2.6(Re/50)}{1+(Re/50)^{1.52}} + \frac{0.411(Re/263\ 000)^{-7.94}}{1+(Re/263\ 000)^{-8.00}} + \frac{Re^{0.80}}{461\ 000} \qquad 10^{-4} < Re < 10^6$$

A força de resistência é: $F_D = C_D A_f \frac{1}{2}\rho U^2$ (área frontal da esfera: $A_f = \pi D^2/4$).

2.4 Convecção forçada sobre corpos de várias formas ($Re = U_\infty L / \nu$)

Fórmulas aproximadas, com $Nu = hL/k = C Re^m Pr^{1/3}$; *L*- dimensão transversal

Geometria	**Fluido**	L	C	m	**Validade** Re
Cilindro circular	Gás ou líquido	D	0.989 0.911 0.683 0.193 0.027	0.330 0.385 0.466 0.618 0.805	0.4 – 4 4 – 40 40 – 4000 4000 – 40 000 40 000 – 400 000
Quadrado (lado *a*)	Gás	a	0.102	0.675	5000 – 100 000
Quadrado, 45º	Gás	$\sqrt{2}a$	0.246	0.588	5000 – 100 000
Hexágono (alinhado,*a*-lado)	Gás	$2a/\sqrt{3}$	0.153	0.638	5000 – 100 000
Hexágono, 45º	Gás	$2a$	0.160 0.0385	0.638 0.782	5000 – 19 500 19 500 – 100 000
Placa vertical	Gás	H	0.228	0.731	4000 – 15 000
Elipse (alinhada *b*- eixo menor)	Gás	b	0.248	0.612	2500 – 15 000

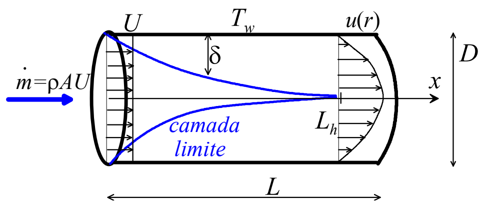
(Propriedades a $T_f = 0.5(T_w + T_\infty)$)

3. Escoamentos interiores

Em escoamentos interiores a velocidade típica usada na definição do número de Reynolds é a **velocidade média** dentro da conduta, obtida por divisão do caudal volumétrico ($\dot{V}$ [m^3/s]) pela área da secção transversal (A [m^2]):

$$U = \dot{V} / A \ \text{[m/s]}$$

Para fluido com massa volúmica ρ [kg/m^3], o **caudal mássico** numa conduta é dado por:



$$\dot{m} = \rho A U \ \text{[kg/s]}$$

O escoamento no interior dum tubo circular de diâmetro $D = 2R$ ocorre no regime **laminar** (as partículas de fluido seguem linhas paralelas bem definidas) quando

$$Re = \rho UD / \mu < 2300 \ \textbf{(laminar)}$$

e no regime **turbulento** (as linhas instantâneas de escoamento são irregulares e a velocidade local varia aleatoriamente ao longo do tempo) se

$$Re > 4000 \qquad \textbf{(turbulento)}.$$

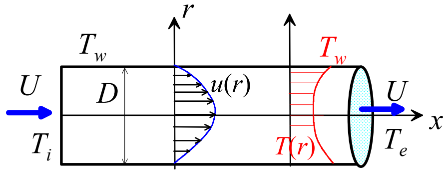
Entre estes dois valores de Re o escoamento está num regime de transição, entre laminar e turbulento:

$$2300 < Re < 4000 \ \textbf{(transição)}.$$

Para um tubo redondo, de raio R e área transversal $A = \pi R^2$, o perfil de velocidades no regime laminar, em escoamento completamente desenvolvido (a velocidade já não depende da coordenada axial, ao longo do tubo) tem forma parabólica,

$$u = 2U\left[1 - (r/R)^2\right]$$

com a velocidade máxima a ocorrer no eixo ($r = 0$), igual a:



$$U_0 = 2U$$

e velocidade média:

$$U = (-dp/dx)R^2 / 8\mu \qquad \Rightarrow U = \frac{\Delta p}{L}\frac{R^2}{8\mu}$$

em que $-dp/dx$ é o gradiente de pressão (constante) que faz mover o fluido.

O fluido que circula no interior de uma conduta pode, idealmente, ser aquecido por duas formas:

- a parede da conduta está quente, a uma temperatura constante, T_w;
- um fluxo de calor constante é imposto na parede $\dot{q}_w$.

A **potência calorífica** recebida pelo fluido, entre a entrada e a saída da conduta, é dada por um balanço de energia (1ª Lei da Termodinâmica):

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \left(T_e - T_i\right) \ \text{[W]}$$

em que a temperatura média do fluido à entrada é T_i, à saída é T_e, e c_p é a capacidade térmica específica do fluido a pressão constante. Esta potência calorífica transferida pode também ser obtida através de aplicação dos princípios de transmissão de calor, usando um coeficiente convectivo h (assumido como constante):

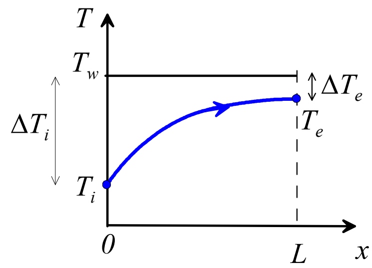
$$\dot{Q} = A_p h \Delta T \ \text{[W]}$$

em que a área de permuta, A_p, é em geral dada por $A_p = \int P dx$ (P=perímetro molhado da conduta) e, no caso particular de um tubo redondo, $A_p = 2\pi RL$, com L-comprimento do tubo. Como a temperatura média do fluido vai aumentando ao longo do tubo, à medida que é aquecido, a diferença de temperaturas na expressão anterior (ΔT) tem de assumir um valor médio.

No caso de $T_w = Cte$, uma hipótese grosseira é utilizar a diferença entre a temperatura na parede e a temperatura global média do fluido ($T_m = 0.5(T_i + T_e)$), $\Delta T = \Delta T_m$:

$$\Delta T_m = T_w - T_m$$

e um hipótese mais correcta será usar uma média logarítmica $\Delta T = \Delta T_{\ln}$:



$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_e}{\ln\left(\frac{\Delta T_i}{\Delta T_e}\right)}$$

com:

$$\Delta T_i = T_w - T_i \text{ e } \Delta T_e = T_w - T_e.$$

Demonstra-se que esta segunda hipótese, da média logarítmica, resulta teoricamente da situação em que as propriedades do fluido são constantes, o coeficiente h não varia ao longo do tubo, e o perímetro molhado da conduta é constante. Nestas condições a temperatura à saída do tubo é dada por:

$$T_e = T_w - \left(T_w - T_i\right) e^{-A_p h / \dot{m} c_p}$$

Se o parâmetro $NTU \equiv A_p h / \dot{m} c_p$ (NTU = número de unidades de transferência) for grande (tipicamente maior do que 5) o valor de T_e vem praticamente igual à temperatura na parede T_w.

A temperatura média do fluido numa secção qualquer do tubo ($A_p(x) = Px$) é dada por uma expressão semelhante:

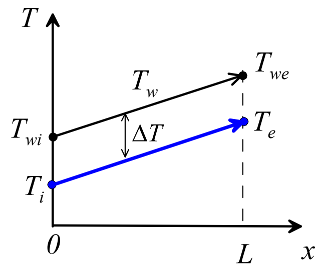
$$T(x) = T_w - \left(T_w - T_i\right) e^{-(Ph/\dot{m} c_p) x}.$$

Estas fórmulas são válidas para o caso de aquecimento do fluido ($T_w > T$, como na figura acima), ou arrefecimento do fluido ($T_w < T$).

No caso de $\dot{q}_w = Cte$, a diferença de temperaturas entre a parede e o fluido é constante ao longo da conduta:

$$\dot{q}_w = h\left(T_w - T\right) = Cte \qquad \Rightarrow \left(T_w - T\right) = Cte$$

o que implica que T_w e T aumentam linearmente:



$$T(x) = T_i + \dot{q}_w P x / \dot{m} c_p$$

e

$$T_e = T_i + \dot{q}_w A_p / \dot{m} c_p$$

em que a área de permuta é dada pelo perímetro da secção da conduta multiplicada pelo seu comprimento, $A_p = PL$. As temperaturas na parede, à entrada e saída duma zona de desenvolvimento completo, são dadas por:

$$T_{wi} = T_i + \dot{q}_w / h \qquad \text{e} \qquad T_{we} = T_e + \dot{q}_w / h.$$

3.1 Convecção forçada dentro de tubos lisos

a. Laminar, em desenvolvimento térmico:

$$Nu = 1.86\left(\frac{D}{L}RePr\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14} \qquad Pr > 0.5\,;\; Re < 2300\,;\; Gz^{-1} = \frac{L}{D}\frac{1}{\mathrm{Re}\,Pr} < 0.05$$

(*Sieder e Tate*; propriedades a $T_m = 0.5(T_i + T_e)$)

b. Laminar desenvolvido, em condutas com secções diversas($Re = UD_H / \nu$):

Geometria	***T_w = Cte.***	***q_w = Cte.***	***Factor atrito f***
Cilindro	*Nu=3.66*	*Nu=4.36*	*64.00/Re*
Hexágono	*Nu=3.35*	*Nu=4.00*	*60.20/Re*
Quadrado	*Nu=2.98*	*Nu=3.61*	*56.92/Re*
Rectângulo 2:1	*Nu=3.39*	*Nu=4.12*	*62.20/Re*
3:1	*Nu=3.96*	*Nu=4.79*	*68.36/Re*
4:1	*Nu=4.44*	*Nu=5.33*	*72.92/Re*
6:1	*Nu=5.14*	*Nu=6.05*	*78.80/Re*
8:1	*Nu=5.60*	*Nu=6.49*	*82.32/Re*
infinito	*Nu=7.54*	*Nu=8.24*	*96.00/Re*
Elipse 2:1	*Nu=3.74*	*Nu=4.56*	*67.28/Re*
4:1	*Nu=3.79*	*Nu=4.88*	*72.96/Re*
8:1	*Nu=3.72*	*Nu=5.09*	*76.60/Re*
16:1	*Nu=3.65*	*Nu=5.18*	*78.16/Re*
Triângulo 10º	*Nu=1.61*	*Nu=2.45*	*50.80/Re*
isósceles 30º	*Nu=2.26*	*Nu=2.91*	*52.28/Re*
60º	*Nu=2.47*	*Nu=3.11*	*53.32/Re*
90º	*Nu=2.34*	*Nu=2.98*	*52.60/Re*
120º	*Nu=2.00*	*Nu=2.68*	*50.96/Re*

c. Turbulento, desenvolvido: $Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^n \qquad Re > 10\ 000\,;\; 0.7 \le Pr \le 160$
com: $n = 0.4$ aquecimento; $n = 0.3$ arrefecimento

(*Dittus e Boulter*; propriedades a $T_m = 0.5(T_i + T_e)$)

Tubos não cilíndricos, **diâmetro hidráulico**: $D_H = 4A/P$ e $Re = \rho D_H U/\mu$
com: $A -$ área da secção transversal; $P -$ perímetro molhado.

3.2 Tubos rugosos – Em escoamento laminar a rugosidade não tem influência na transferência de calor ou no atrito. Em escoamento turbulento, a rugosidade da parede, superfícies artificialmente corrugadas ou aplicação de alhetas internas, faz aumentar o coeficiente convectivo h. Nesta situação, de regime turbulento, o número de Nusselt deve obter-se do coeficiente de atrito, usando a analogia de *Chilton-Colburn*:

$$\frac{Nu}{RePr^{1/3}} = \tfrac{1}{2}C_f \qquad (Re \ge 4000)$$

com C_f dado abaixo (*Moody* ou *Haaland*).

3.3 Comprimentos de desenvolvimento, hidrodinâmico (L_h) e térmico (L_t):

Laminar: $L_h / D = 0.05Re$; $L_t / D = 0.05Re \times Pr$

Turbulento: $L_h = L_t = 10D$

3.4 Coeficientes de atrito ($\Delta p = f \dfrac{L}{D} \tfrac{1}{2} \rho U^2 ; f = 4C_f ; C_f = \tau_w / \tfrac{1}{2} \rho U^2$)

O coeficiente de atrito C_f não é mais do que a tensão de corte na parede (τ_w) adimensionalizada com a energia cinética média do escoamento. Permite obter a perda de pressão (perda de carga) que ocorre numa conduta $\Delta p = p_i - p_e$, e assim calcular a potência de bombagem necessária para mover o fluido: $\dot{W}_b = \dot{V} \Delta p = \dot{m} \Delta p / \rho$ [W].

Tubo, laminar: $f = 64 / Re$ ou $C_f = 16 / Re$ (*Hagen-Poiseuille*, teórico)

Tubo liso, turbulento: $f = 0.184 / Re^{0.2}$; $C_f = 0.046 / Re^{0.2}$ (*Moody*; $Re \geq 4000$)

Tubo liso, turbulento: $C_f = 0.079 / Re^{1/4}$ (*Blasius*; $3000 \leq Re \leq 10^5$)

Tubo rugoso, turbulento: $\dfrac{1}{\sqrt{C_f}} = -3.6 \log_{10} \left[\dfrac{6.9}{Re} + \left(\dfrac{k / D}{3.71} \right)^{1.11} \right]$ (*Haaland*)

Rugosidades absolutas (*Moody*; *Massey*)

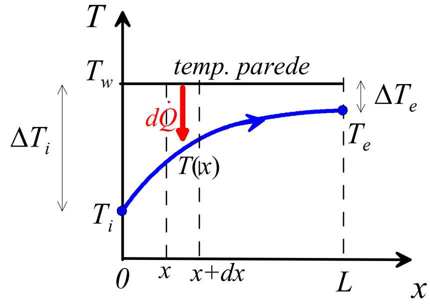
Material	***k* (mm)**
Aço com rebites	1 – 10
Betão	0.3 – 3
Réguas madeira	0.2 – 1
Ferro fundido	0.25
Aço galvanizado	0.15
Ferro revestido a asfalto	0.12
Aço comercial ou ferro forjado	0.045
Tubo extrudido	0.0015

Anexo (material avançado)

Dedução da diferença média logarítmica

Considerando que o fluido está a aquecer ao longo de uma conduta cuja parede está à temperatura uniforme T_w, superior à temperatura média do fluido ($T = T(x)$) numa secção qualquer x, temos que a transferência de calor entre a parede e o fluido numa porção de conduta entre x e $x+dx$ é:

$$d\dot{Q} = (Pdx)h\left(T_w - T\right)$$



com P a representar o perímetro molhado da conduta e h o coeficiente convectivo local. Este calor faz aumentar a entalpia (e a temperatura) do fluido:

$$d\dot{Q} = \dot{m}c_p dT$$

em que $\dot{m}$ é o caudal mássico de fluido na conduta (constante, por conservação de massa) e c_p a capacidade térmica específica do fluido a pressão constante. Igualando estas duas expressões para a taxa de calor diferencial, temos:

$$\dot{m}c_p dT = Ph\left(T_w - T\right)dx \qquad \Rightarrow \frac{d(T-T_w)}{\left(T-T_w\right)} = -\frac{Ph}{\dot{m}c_p}dx$$

Designando $T' = T - T_w$ e integrado entre a entrada da conduta ($x=0$, $T = T_i$) e a saída da conduta ($x = L$, $T = T_e$), temos:

$$\int_i^e \frac{dT'}{T'} = -\int_i^e \frac{Ph}{\dot{m}c_p}dx \qquad \Rightarrow \ln\left(\frac{T_e - T_w}{T_i - T_w}\right) = -\int_i^e \frac{Ph}{\dot{m}c_p}dx = -\frac{Ph}{\dot{m}c_p}L = -\frac{A_p h}{\dot{m}c_p}$$

Na integração assumiu-se que o perímetro é constante (para tubo redondo de diâmetro D, $P = \pi D$), e o coeficiente convectivo ou é também constante, ou será baseado num valor médio, $h \equiv h_m = \frac{1}{L}\int_0^L hdx$. A área de permuta é $A_p = PL$. O resultado acima permite desde logo obter a temperatura do fluido à saída da conduta:

$$\ln\left(\frac{T_e - T_w}{T_i - T_w}\right) = -\frac{A_p h}{\dot{m}c_p} \qquad \Rightarrow \frac{T_e - T_w}{T_i - T_w} = \exp\left(-\frac{A_p h}{\dot{m}c_p}\right)$$

ou

$$\boxed{T_e = T_w + \left(T_i - T_w\right)\exp\left(-\frac{A_p h}{\dot{m}c_p}\right)}.$$

Uma integração de 0 até x fornece ainda a temperatura numa secção qualquer da conduta:

$$T(x) = T_w + \left(T_i - T_w\right)\exp\left(-\frac{A_p h}{\dot{m}c_p}\frac{x}{L}\right).$$

A equação que dá a transmissão de calor global em toda a conduta, e define a diferença média de temperaturas, é:

$$\dot{Q} = A_p h \Delta T$$

e o balanço global de energia (calor transferido para o fluido aumenta a sua entalpia) é:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\left(T_e - T_i\right)$$

Dividindo uma pela outra, e usando o resultado acima para o logaritmo das diferenças de temperatura entre a parede e o fluido na entrada e saída, temos:

$$\Delta T = \frac{\dot{m}c_p}{A_p h}\left(T_e - T_i\right) \qquad \Rightarrow \Delta T = \frac{\left(T_e - T_i\right)}{\ln\left(\dfrac{T_i - T_w}{T_e - T_w}\right)}$$

finalmente, com $\Delta T_i = T_w - T_i$, $\Delta T_e = T_w - T_e$, $\Delta T_i - \Delta T_e = (T_w - T_i) - (T_w - T_e) = T_e - T_i$

$$\Delta T = \boxed{\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_e}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_i}{\Delta T_e}\right)}}.$$

Esta expressão é válida para o caso em que o fluido está a ser arrefecido (neste caso $\Delta T_i = T_i - T_w$ e $\Delta T_e = T_e - T_w$) e continua a ser válida quando a temperatura da parede também varia ($\Delta T_i = T_{wi} - T_i$ e $\Delta T_e = T_{we} - T_e$). Pode escrever-se trocando a ordem das parcelas (ou seja, é indiferente saber se o fluido está a entrar ou sair por *i* ou *e*):

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_e}{\Delta T_i}\right)}.$$

Exemplo 1- Escoamento exterior sobre placa plana. Ar atmosférico a 20 ºC e 1 m/s escoa-se sobre parede quadrada de 1 m x 1 m. A temperatura da parede é 40 ºC. Calcular a taxa de calor transferido da parede para o ar.

A temperatura de filme (média entre temperatura da parede e do fluido), usada como referência para o cálculo das propriedades do ar, é:

$$T_f = \tfrac{1}{2}\left(T_w + T_\infty\right) = \tfrac{1}{2}\left(40 + 20\right) = 30 \text{ ºC}$$

e das tabelas para ar, obtém-se:

$$\rho = 1.164 \text{ kg/m}^3; \quad k = 0.02588 \text{ W/m.K}; \ \mu = 1.872\times10^{-5} \text{ kg/m.s};$$
$$\nu = 1.608\times10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}; \ Pr = 0.7282 .$$

O número de Reynolds baseado no comprimento da placa (nesta caso, quadrada) é

$$Re = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{1\times1}{1.608\times10^{-5}} = 62\ 179$$

o que corresponde a escoamento laminar na camada limite ($Re < 5\times10^5$). O coeficiente de atrito médio, entre o bordo de ataque da placa e o seu comprimento, é

$$C_f = \frac{1.328}{Re^{1/2}} = \frac{1.328}{62\ 179^{1/2}} = 0.00532$$

pelo que a tensão de corte na parede vem

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad \Rightarrow \tau_w = C_f\,\tfrac{1}{2}\rho U_\infty^2 = 0.00532\times(0.5\times1.164\times1^2) = 0.00310 \text{ N/m}^2$$

e a força de arrastamento, que o ar a 36 km/h aplica tangencialmente sobre a placa, será dada pelo produto da tensão e a área superficial:

$$F_w = \tau_w A = 0.00310\times(1\times1) = 3.10\times10^{-3} \text{ N.}$$

O número de Nusselt médio obtém-se da correlação:

$$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

que fornece

$$Nu = 0.664\times62\ 179^{1/2}\times0.7282^{1/3} = 149.0$$

O coeficiente convectivo calcula-se de:

$$Nu = hL/k \Rightarrow h = Nu\times k/L = 3.855 \text{ W/m}^2\text{.ºC}$$

e a taxa de transferência de calor por convecção, da parede para o ar atmosférico,

$$\dot{Q} = hA\left(T_w - T_\infty\right) = 3.855 \times 1 \times (40 - 20) = 77 \text{ W}.$$

Exemplo 2- Escoamento interior em conduta quadrada. Uma conduta de secção quadrada, 15 cmx15 cm, e comprimento 10 m, transporta 0.10 m^3/s de ar quente e serve para aquecer o espaço envolvente num sótão. O ar é admitido na conduta a 85 ºC e a temperatura das paredes da conduta é aproximadamente constante, a 70 ºC. Calcular o calor transferido por unidade de tempo, a temperatura do ar à saída da conduta e a potência do ventilador. (Cengel)

Assumindo uma temperatura média entre o ar e a parede de 80 ºC (para evitar fazer interpolações nas tabelas), têm-se as seguintes propriedades físicas do ar:

$$\rho = 0.9994 \text{ kg/m}^3; \quad k = 0.02953 \text{ W/m.K}; \; c_p = 1008 \text{ J/kg.ºC};$$
$$\nu = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}; \; Pr = 0.7154 .$$

O caudal volumétrico à entrada permite calcular a velocidade média:

$$\dot{V} = UA \text{ m}^3\text{/s} \quad \Rightarrow U = \dot{V} / A = 0.10 / (0.15 \times 0.15) = 4.444 \text{ m/s}$$

e o número de Reynolds vem:

$$Re = \frac{UD_H}{\nu} = \frac{4.444 \times 0.15}{2.097 \times 10^{-5}} = 31\ 791$$

correspondendo a escoamento turbulento na conduta ($Re > 4000$). O diâmetro hidráulico é dado pelo lado da secção quadrada:

$$D_H = 4\frac{A}{P} = 4\frac{0.15 \times 0.15}{4 \times 0.15} = 0.15 \text{ m}.$$

O caudal mássico, necessário adiante, é obtido multiplicando o caudal volumétrico pela massa volúmica baseada na temperatura de entrada (onde o caudal foi medido):

$$\dot{m} = \rho_i \dot{V} = 0.9856 \times 0.10 = 0.09856 \text{ kg/s}$$

com $\rho_i = 0.9856 \text{ kg/m}^3$ a 85ºC.

Tratando-se de um processo de arrefecimento (o ar está mais quente do que as paredes da conduta), a correlação de Dittus e Boulter é:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} \;\; \Rightarrow Nu = 0.023 \times 31\ 791^{0.8} \times 0.7154^{0.3} = 83.16$$

e o coeficiente convectivo vem:

$$h = Nu \times k / L = 83.16 \times 0.02953 / 0.15 = 16.37 \text{ W/m}^2\text{.ºC}$$

Verifica-se que se trata de um valor superior aos habitualmente encontrados com convecção natural, como seria esperado. A taxa de transferência de calor por convecção é dada por:

$$\dot{Q} = hA_p \Delta T_{\ln}$$

necessitando do cálculo da temperatura média logarítmica:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_e}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_i}{\Delta T_e}\right)}$$

com $\Delta T_i = T_i - T_w = 85 - 70 = 15$ ºC e $\Delta T_e = T_e - T_w$.

A temperatura média do ar à saída da conduta obtém-se de:

$$T_e = T_w - (T_w - T_i)e^{-NTU} = 70 - (70 - 85)e^{-0.9888} = 75.58\,ºC$$

em que o número de unidades de transferência, para uma área de permuta de $A_p = 4aL = 6$ m^2, é definido como

$$NTU = A_p h / \dot{m}c_p = 6 \times 16.37 / (0.09856 \times 1008) = 0.9888\,.$$

Assim, $\Delta T_e = 75.58 - 70 = 5.58$ ºC, e

$$\Delta T_{\ln} = \frac{15 - 5.58}{\ln\left(\dfrac{15}{5.58}\right)} = 9.526\text{ ºC}$$

pelo que o taxa de transferência de calor é:

$$\dot{Q} = hA_p \Delta T_{\ln} = 16.37 \times 6 \times 9.526 = 935.6\ \text{W}$$

ou

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p \left(T_i - T_e\right) = 0.09856 \times 1008 \times (85 - 75.58) = 935.8\ \text{W}.$$

Podia-se voltar a fazer os cálculos com a propriedades obtidas à temperatura média global $T_m = 0.5(T_i + T_e) = 0.5(85 + 75.58) = 80.3$ ºC mas os resultados iriam ser praticamente idênticos.

Cálculo da perda de carga: o coeficiente de atrito, da expressão de Blasius, é dado por:

$$C_f = 0.079 / Re^{1/4} = 0.079 / 31791^{0.25} = 0.005916$$

pelo que a tensão média na parede interior da conduta vem:

$$\tau_w = \tfrac{1}{2}\rho U^2 C_f = 0.5 \times 0.9994 \times 4.444^2 \times 0.005916 = 0.05840\ \text{N/m}^2.$$

A perda de pressão correspondente é dada por

$$\Delta p = 4C_f \frac{L}{D_H} \tfrac{1}{2}\rho U^2 = 4 \times 0.005916 \times \frac{10}{0.15} \times 0.5 \times 0.9994 \times 4.444^2 = 15.6\ \text{N/m}^2$$

que também poderia ser obtida do balanço de forças global: $A\Delta p = A_p \tau_w$. O ventilador usado para mover o ar quente terá de produzir um aumento de pressão superior a esta perda de carga. A sua potência é calculada de:

$$\dot{W}_{Ventilador} = \dot{V}\Delta p = 0.1 \times 15.6 = 1.6\ \text{W}.$$